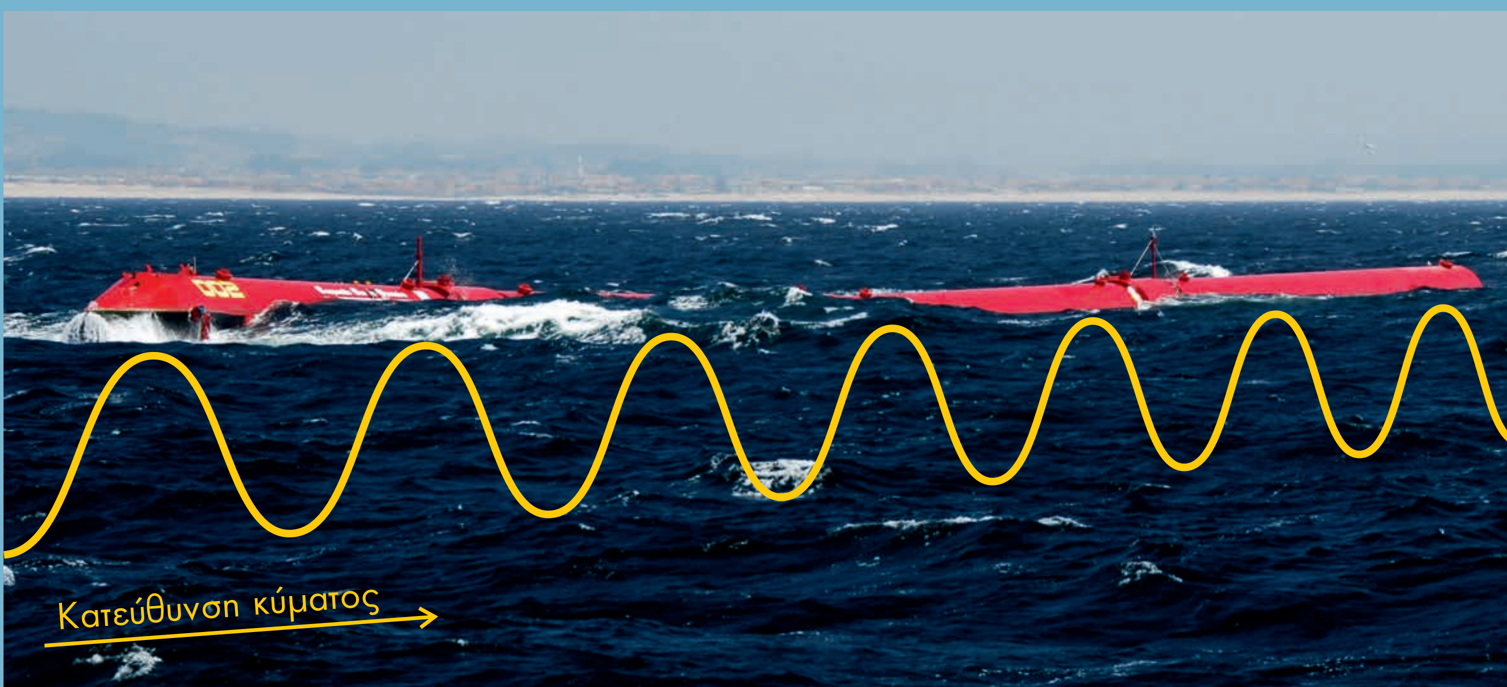
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΕΡΕΥΝΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΗΣ ΠΟΛΙΤΙΚΗΣ

Φυσική



Γ΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

Ομάδας Προσανατολισμού Θετικών Σπουδών

$E = mc^2$

ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ ΚΑΙ ΕΚΔΟΣΕΩΝ
«ΔΙΟΦΑΝΤΟΣ»

Φυσική
Ομάδας Προσανατολισμού Θετικών Σπουδών

Γ΄ τάξη
Γενικού Λυκείου

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΕΡΕΥΝΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΗΣ ΠΟΛΙΤΙΚΗΣ

ΑΛΕΚΟΣ ΙΩΑΝΝΟΥ - ΓΙΑΝΝΗΣ ΝΤΑΝΟΣ
ΑΓΓΕΛΟΣ ΠΗΤΤΑΣ - ΣΤΑΥΡΟΣ ΡΑΠΤΗΣ

Η συγγραφή και η επιστημονική επιμέλεια του βιβλίου πραγματοποιήθηκε
υπό την αιγίδα του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου

Φυσική
Ομάδας Προσανατολισμού Θετικών Σπουδών

Γ΄ τάξη Γενικού Λυκείου

ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ ΚΑΙ ΕΚΔΟΣΕΩΝ «ΔΙΟΦΑΝΤΟΣ»

ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΑΡΧΙΚΗΣ ΕΚΔΟΣΗΣ

Συγγραφείς:

Αλέκος Ιωάννου
Γιάννης Ντάνος
Άγγελος Πήττας
Σταύρος Ράπτης

Κριτές:

Αντωνίου Νικόλαος, καθηγητής Πανεπιστημίου Αθηνών, ως πρόεδρος
Ευθυμιόπουλος Θωμάς, Αν. Καθηγητής Πανεπιστημίου Κρήτης
Αρναουτάκης Ιωάννης, Σχολικός Σύμβουλος ΠΕ04 Δ/θμιας Εκ/σης
Καρανίκας Ιωάννης, Σχολικός Σύμβουλος ΠΕ04 Δ/θμιας Εκ/σης
Πρίντζας Γεώργιος, Σχολικός Σύμβουλος ΠΕ04 Δ/θμιας Εκ/σης
Κοτρόζου Αικατερίνη, Φυσικός, M.Sc. Καθηγήτρια Δ/θμιας Εκ/σης
Φωτάκης Ιωάννης, Καθηγητής ΠΕ04 Δ/θμιας Εκ/σης».

Ε.Π.Ε.Α.Ε.Κ.

Υποπρόγραμμα 1: ΓΕΝΙΚΗ ΚΑΙ ΤΕΧΝΙΚΗ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ

Μέτρο 1.1: ΑΝΑΜΟΡΦΩΣΗ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΩΝ ΓΕΝΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Ενέργεια 1.1α: Προγράμματα - βιβλία

ΕΡΓΟ: ΑΝΑΔΙΑΤΥΠΩΣΗ ΚΑΙ ΕΚΣΥΓΧΡΟΝΙΣΜΟΣ ΤΩΝ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ ΤΩΝ ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΜΕ ΣΥΓΧΡΟΝΗ ΠΑΡΑΓΩΓΗ ΔΙΔΑΚΤΙΚΟΥ ΥΛΙΚΟΥ

ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΕΠΑΝΕΚΔΟΣΗΣ

Η επανέκδοση του παρόντος βιβλίου πραγματοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Τεχνολογίας Υπολογιστών & Εκδόσεων «Διόφαντος» μέσω ψηφιακής μακέτας, η οποία δημιουργήθηκε με χρηματοδότηση από το ΕΣΠΑ / ΕΠ «Εκπαίδευση & Διά Βίου Μάθηση» / Πράξη «ΣΤΗΡΙΖΩ».

Οι διορθώσεις πραγματοποιήθηκαν κατόπιν έγκρισης του Δ.Σ. του Ινστιτούτου Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Το βιβλίο που κρατάτε στα χέρια σας έχει γραφτεί σύμφωνα με το νέο αναλυτικό πρόγραμμα της Γ΄ Λυκείου για τη θετική και τεχνολογική κατεύθυνση, που εκπονήθηκε από το Παιδαγωγικό Ινστιτούτο.

Η ύλη περιλαμβάνει τις μηχανικές και ηλεκτρομαγνητικές ταλαντώσεις, τα κύματα, τα ιδανικά ρευστά, τη μηχανική του στερεού σώματος, τα αδρανειακά συστήματα αναφοράς, τις κρούσεις και το φαινόμενο Doppler. Στη συνέχεια στα δύο τελευταία κεφάλαια εισάγονται κάποιες πρώτες γνώσεις σύγχρονης φυσικής με τη θεωρία της σχετικότητας και την κβαντομηχανική.

Βασική μας επιδίωξη ήταν να γραφτεί ένα βιβλίο όσο το δυνατόν πιο φιλικό στο μαθητή. Προσπαθήσαμε να διαπραγματευτούμε τα θέματα με καθαρότητα και λιτότητα και να μην ανοίξουμε δρόμους που το επίπεδο της τάξης δεν επιτρέπει να ακολουθήσουμε μέχρι τέλους. Έγινε προσπάθεια να συνδεθούν τα θέματα φυσικής που πραγματευόμαστε με την καθημερινή εμπειρία των μαθητών. Τα μαθηματικά του βιβλίου είναι απλά, αντίστοιχα του επιπέδου της τάξης στην οποία απευθύνεται.

Για το συμβολισμό ακολουθήσαμε τις προδιαγραφές που τέθηκαν από το παιδαγωγικό ινστιτούτο. Τα διανύσματα παριστάνονται με παχιά μαύρα γράμματα ενώ τα μέτρα τους με κανονικούς χαρακτήρες. Έτσι το σύμβολο $\mathbf{F}$ παριστάνει το διάνυσμα της δύναμης, ενώ το σύμβολο F το μέτρο της. Στα χειρόγραφα χρησιμοποιείται το σύμβολο $\vec{F}$.

Κάθε κεφάλαιο ξεκινάει με μια ή δυο εισαγωγικές παραγράφους που περιγράφουν το αντικείμενο με το οποίο θα ασχοληθούμε και υπενθυμίζουν κάποιες προγενέστερες βασικές γνώσεις. Οι βασικές σχέσεις κάθε κεφαλαίου είναι τονισμένες με γαλάζιο φόντο. Τα λυμένα παραδείγματα υπηρετούν δύο στόχους. Φέρνουν το μαθητή σε επαφή με τις πραγματικές διαστάσεις των μεγεθών και υποδεικνύουν ένα τρόπο εργασίας για την επίλυση των ασκήσεων. Στο τέλος της θεωρίας κάθε κεφαλαίου υπάρχει σύνοψη που περιλαμβάνει τα βασικά συμπεράσματα του κεφαλαίου. Ακολουθούν οι δραστηριότητες, οι ερωτήσεις, οι ασκήσεις και τα προβλήματα.

Οι δραστηριότητες είναι απλά πειράματα ή εργασίες που ο μαθητής μπορεί να κάνει στο σπίτι του. Οι ερωτήσεις διαφόρων τύπων προσφέρονται για έλεγχο των γνώσεων στη θεωρία και για κριτική σκέψη πάνω στα θέματα του κεφαλαίου. Οι ασκήσεις είναι απλές και αναφέρονται σε μια από τις έννοιες που πραγματεύεται το κεφάλαιο. Τα προβλήματα συνήθως είναι συνθετικά και κάποια από αυτά αυξημένης δυσκολίας.

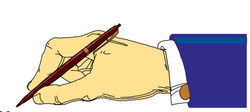
Στο τέλος κάθε κεφαλαίου θα βρείτε ένα ή δύο ένθετα που δεν αποτελούν μέρος της εξεταστέας ύλης και απευθύνονται σε όσους μαθητές θέλουν να διευρύνουν τις γνώσεις τους.

Στα παραρτήματα του βιβλίου θα συναντήσετε ένα πίνακα με τις βασικές σταθερές που χρησιμοποιήθηκαν, ένα αλφαβητικό ευρετήριο καθώς και ένα λεξιλόγιο όρων.

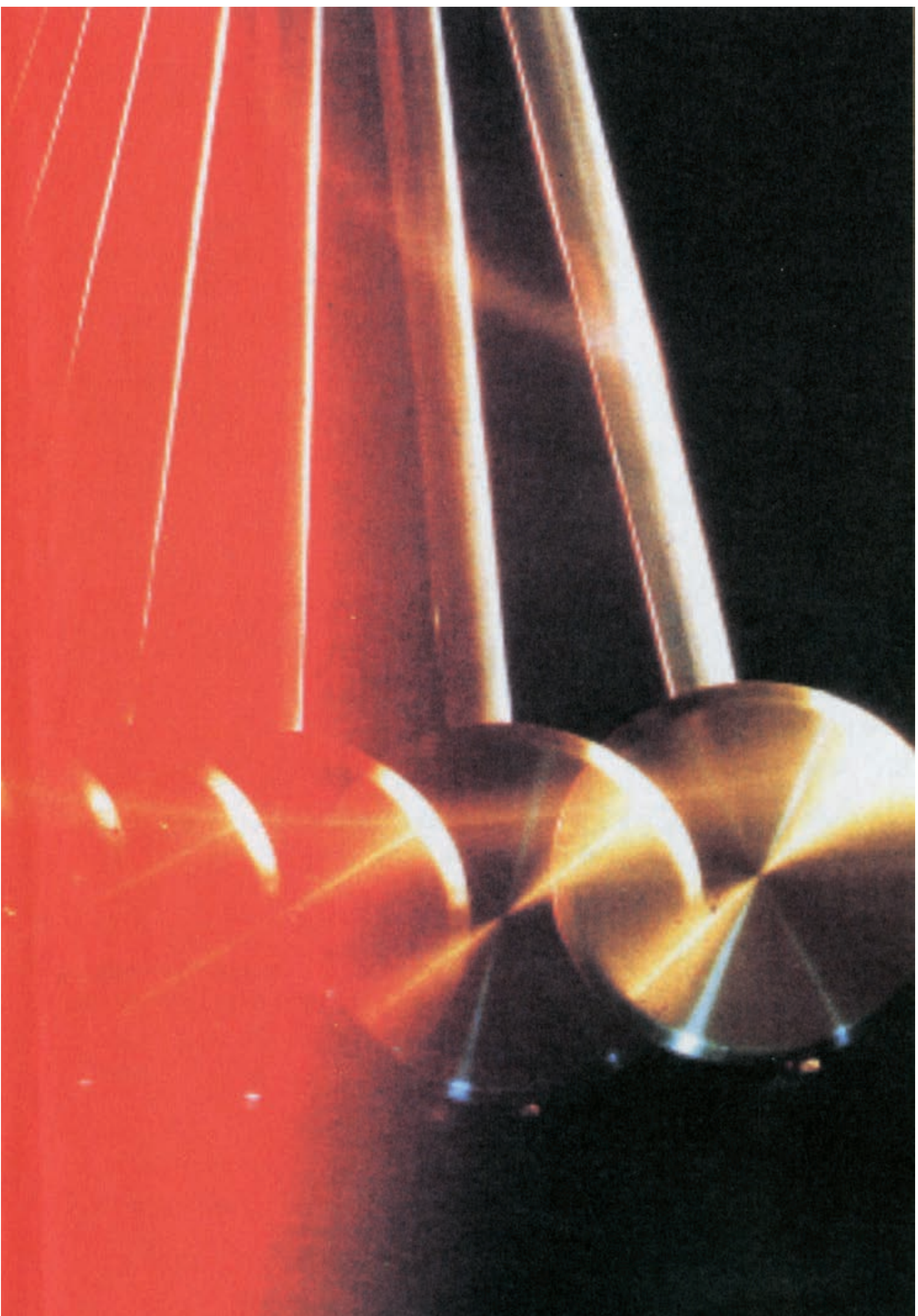
Ελπίζουμε ότι θα μας δοθεί η ευκαιρία να έρθουμε σε επαφή με την κριτική των συναδέλφων που θα διδάξουν το βιβλίο και αξιοποιώντας την να το βελτιώσουμε.

Αθήνα, Σεπτέμβριος 1999

Οι συγγραφείς.......



1 ΗΛΕΚΤΡΙΚΕΣ - ΜΗΧΑΝΙΚΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ



1.1. Εισαγωγή

Σε προηγούμενες τάξεις ασχοληθήκαμε με δυο περιοδικά φαινόμενα, την ομαλή κυκλική κίνηση και την απλή αρμονική ταλάντωση.

Στην ενότητα αυτή θα επεκτείνουμε την έννοια «ταλάντωση» για να συμπεριλάβουμε και τις ηλεκτρικές ταλαντώσεις.

Θα εξετάσουμε επίσης τις ταλαντώσεις των οποίων το πλάτος ελαττώνεται -τις φθίνουσες ταλαντώσεις- και τις ταλαντώσεις στις οποίες προσφέρουμε ενέργεια στο σώμα που ταλαντώνεται -τις εξαναγκασμένες ταλαντώσεις.

Τέλος θα ασχοληθούμε και με την περίπτωση που το σώμα συμμετέχει σε περισσότερες από μια ταλαντώσεις (σύνθετες ταλαντώσεις).

1.2. Περιοδικά φαινόμενα

Περιοδικά φαινόμενα ονομάζονται τα φαινόμενα που εξελίσσονται και επαναλαμβάνονται αναλλοίωτα σε σταθερά χρονικά διαστήματα. Τέτοια φαινόμενα είναι η κίνηση της Γης γύρω από τον Ήλιο, η κίνηση του εκκρεμούς, το άναμμα και το σβήσιμο του φάρου κ.ά.

Κάθε περιοδικό φαινόμενο χαρακτηρίζεται από την **περίοδό** του (Τ), το χρόνο δηλαδή που απαιτείται για να ολοκληρωθεί. Αν σε χρόνο t γίνονται N επαναλήψεις του φαινομένου, η περίοδος είναι ίση με το πηλίκο

$$T = \frac{t}{N}$$

Το αντίστροφο πηλίκο $f = \dfrac{N}{t}$

του αριθμού των επαναλήψεων του φαινομένου προς τον αντίστοιχο χρόνο ονομάζουμε **συχνότητα** του περιοδικού φαινομένου.

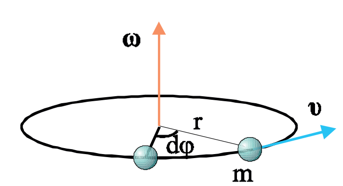
Μονάδα μέτρησης της περιόδου είναι το $1\ \mathrm{s}$
και της συχνότητας το $1s^{-1}$ ή $1\ κύκλος/s$ ή $1\ Hz$.

Από τον ορισμό τους, τα μεγέθη **περίοδος και συχνότητα είναι αντίστροφα,** συνδέονται δηλαδή με τη σχέση $f = \dfrac{1}{T}$

Ένα τρίτο μέγεθος που αναφέρεται σε όλα τα περιοδικά φαινόμενα, χωρίς άμεση φυσική σημασία, είναι η **γωνιακή συχνότητα** *(ω)* για την οποία ισχύει

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

Μονάδα μέτρησης της γωνιακής συχνότητας είναι το $1\ rad/s$.



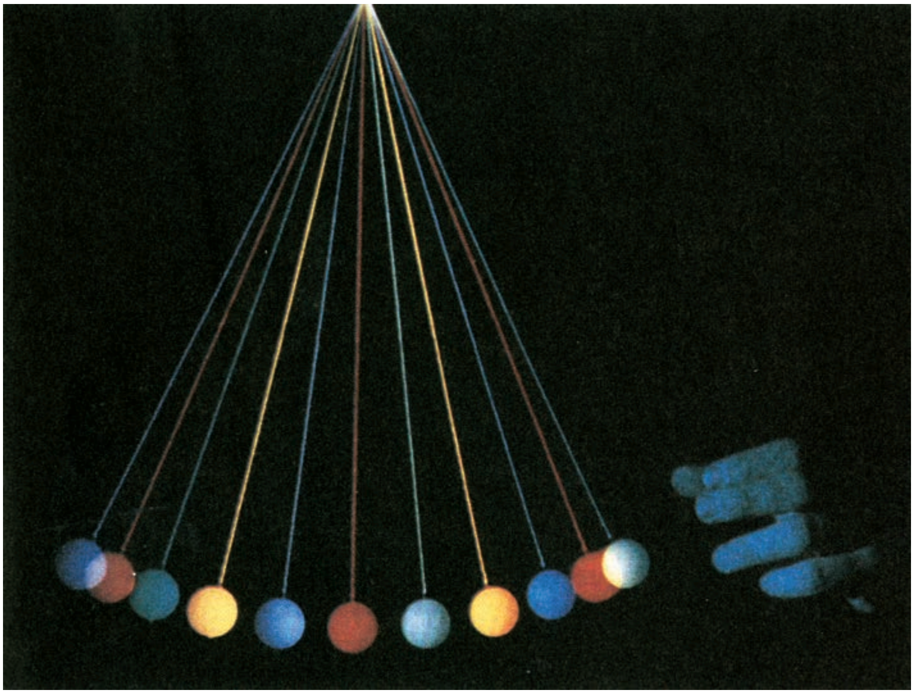
Το διάνυσμα της γωνιακής ταχύτητας στην κυκλική κίνηση.
Σχήμα 1-1.

Παρατήρηση : Στην κυκλική κίνηση ορίζεται το διανυσματικό μέγεθος γωνιακή ταχύτητα με μέτρο $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$. Στην ομαλή κυκλική κίνηση το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας που έχει ως κυκλική κίνηση είναι ίσο με τη γωνιακή συχνότητα που έχει ως περιοδική κίνηση.

1.3. Απλή αρμονική ταλάντωση

α) Κινηματική προσέγγιση

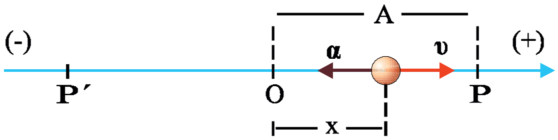
Μια περιοδική παλινδρομική κίνηση ονομάζεται **ταλάντωση**. Η ταλάντωση που γίνεται σε ευθεία τροχιά ονομάζεται **γραμμική ταλάντωση**.



Η κίνηση του εκκρεμούς είναι μια ταλάντωση. Στη φωτογραφία απεικονίζονται διαδοχικά στιγμιότυπα της κίνησης στη διάρκεια μισής περιόδου.
Εικόνα 1-1.

Η απλή αρμονική ταλάντωση είναι μια ειδική περίπτωση γραμμικής ταλάντωσης.

Έστω ένα σώμα που κινείται παλινδρομικά πάνω σε ένα άξονα γύρω από το σημείο Ο, που είναι το μέσο της τροχιάς του.



Το σώμα του σχήματος εκτελεί γραμμική ταλάντωση κινούμενο παλινδρομικά γύρω από το σημείο Ο, που είναι το μέσο της τροχιάς του.
Σχήμα 1-2.

Αν η απομάκρυνση x του σώματος δίνεται από τη σχέση

$$\boxed{x = A\eta\mu\omega t} \quad (1.1)$$

η κίνηση του σώματος ονομάζεται **απλή αρμονική ταλάντωση**. Το A είναι η μέγιστη απομάκρυνση, δηλαδή η μέγιστη απόσταση από το σημείο Ο στην οποία φτάνει το κινητό, και ονομάζεται **πλάτος** της ταλάντωσης.

Η ταχύτητα και η επιτάχυνση του σώματος κάθε στιγμή δίνονται από τις σχέσεις

$$\upsilon = \upsilon_{max}\sigma\upsilon\nu\omega t \quad (1.2)$$

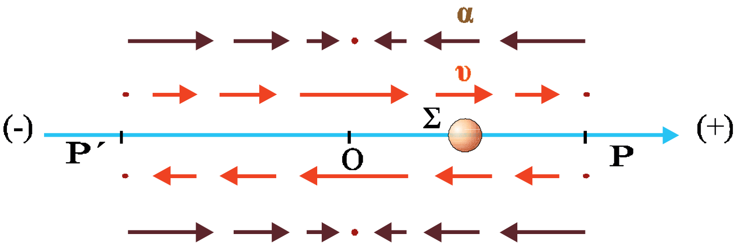
και

$$a = -a_{max}\eta\mu\omega t \quad (1.3)$$

όπου υ_{max} και a_{max}, αντίστοιχα η μέγιστη τιμή της ταχύτητας και της επιτάχυνσης του σώματος. Το σώμα έχει μέγιστη ταχύτητα όταν περνά από τη θέση Ο ($x = 0$) και μέγιστη επιτάχυνση όταν περνάει από τα ακραία σημεία Ρ και Ρ΄ ($x = A$ και $x = -A$ αντίστοιχα).

Για τη μέγιστη ταχύτητα και τη μέγιστη επιτάχυνση ισχύει

$$\boxed{\upsilon_{max} = \omega A} \quad \text{και} \quad \boxed{a_{max} = \omega^2 A}$$

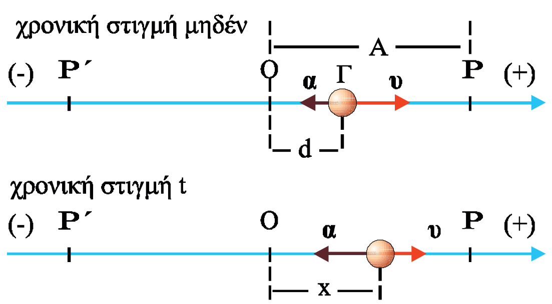


Το σώμα Σ κάνει απλή αρμονική ταλάντωση. Δίνονται σχηματικά τα διανύσματα της ταχύτητας (κόκκινο χρώμα) και της επιτάχυνσης (καφέ χρώμα), στις διάφορες θέσεις, κατά την κίνησή του. Η ταχύτητα του σώματος είναι μέγιστη τη στιγμή που το σώμα διέρχεται από το σημείο Ο, ενώ η επιτάχυνση είναι μέγιστη όταν το σώμα βρίσκεται στις ακραίες θέσεις Ρ και Ρ΄.

Σχήμα 1-4.

Οι σχέσεις (1.1), (1.2) και (1.3) ισχύουν σε κάθε απλή αρμονική ταλάντωση, με την προϋπόθεση ότι τη χρονική στιγμή μηδέν το κινητό βρίσκεται στο σημείο Ο και κινείται κατά τη θετική φορά.

Αν τη χρονική στιγμή μηδέν το κινητό περνά από κάποιο άλλο σημείο, έστω το Γ (σχ. 1.5), που βρίσκεται σε απόσταση d από το Ο.

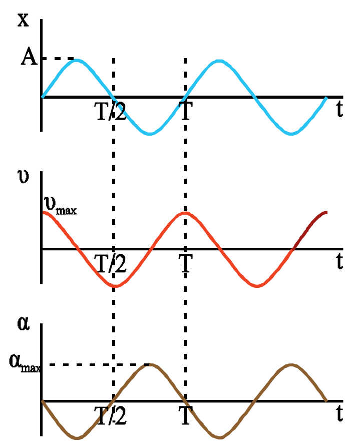


Το σώμα του σχήματος κάνει απλή αρμονική ταλάντωση με αρχική φάση. Τη στιγμή $t = 0$ βρίσκεται στη θέση Γ.

Σχήμα 1-5.

Διαδοχικά στιγμιότυπα της ταλάντωσης σφαίρας εξαρτημένης από ελατήριο. Το χρονικό διάστημα ανάμεσα σε δύο διαδοχικά στιγμιότυπα είναι σταθερό. Στη διάρκεια της φωτογράφησης η φωτογραφική πλάκα μετατοπίζεται οριζόντια με σταθερή ταχύτητα. Έτσι η φωτογραφία δείχνει πως μεταβάλλεται η κατακόρυφη απομάκρυνση σε συνάρτηση με το χρόνο.

Εικόνα 1-2.



Στα διαγράμματα φαίνεται πώς μεταβάλλεται με το χρόνο η απομάκρυνση, η ταχύτητα και η επιτάχυνση ενός σώματος που κάνει γραμμική αρμονική ταλάντωση.

Σχήμα 1-3.

οι σχέσεις (1.1), (1.2) και (1.3) διαφοροποιούνται και γίνονται:

$$x = A\eta\mu(\omega t + \varphi) \qquad (1.4)$$
$$\upsilon = \upsilon_{max}\sigma\upsilon\nu(\omega t + \varphi)$$
$$\alpha = -\alpha_{max}\eta\mu(\omega t + \varphi)$$

Η γωνία φ βρίσκεται από την (1.4) αν λάβουμε υπόψη ότι τη χρονική στιγμή μηδέν το κινητό βρίσκεται στο Γ. Για $t = 0$ είναι $x = d$ και η σχέση

(1.4) γίνεται $d = A\eta\mu\varphi$ επομένως $\eta\mu\varphi = \dfrac{d}{A}$

Η γωνία φ ονομάζεται **αρχική φάση**. Μια τέτοια ταλάντωση λέμε ότι έχει αρχική φάση.
Η γωνία $(\omega t + \varphi)$ ονομάζεται **φάση** της ταλάντωσης.

Στη φωτογραφία φαίνονται παιδιά να κάνουν κούνια. Όταν η απομάκρυνση είναι μέγιστη, η ταχύτητα είναι μηδενική.
Εικόνα 1-3.

β) Δυναμική προσέγγιση

Αν ένα κινητό μάζας m εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση όπως αναφέραμε, σε μια τυχαία θέση έχει επιτάχυνση α, ανεξάρτητη από τη φορά της ταχύτητας. Η συνολική δύναμη που δέχεται το σώμα και είναι υπεύθυνη για την επιτάχυνσή του είναι

$$F = ma \qquad (1.5)$$

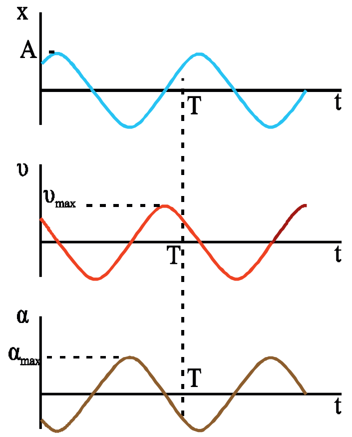
Η (1.5) γίνεται από την (1.3)

$$F = -ma_{max}\eta\mu\omega t \quad ή \quad F = -m\omega^2 A\eta\mu\omega t \qquad (1.6)$$

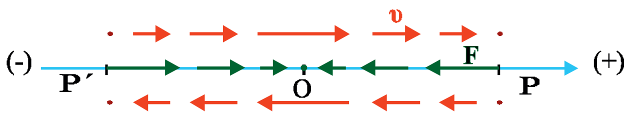
και επειδή $x = A\eta\mu\omega t$ η (1.6) γίνεται

$$F = -m\omega^2 x \qquad (1.7)$$

Από τη σχέση αυτή φαίνεται ότι όταν ένα σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση η συνολική δύναμη που δέχεται είναι ανάλογη με την απομάκρυνση του σώματος από το μέσο O της τροχιάς του και έχει αντίθετη φορά από αυτήν. Όταν το σώμα περνά από το σημείο O η συνολική δύναμη που δέχεται ισούται με μηδέν. Για το λόγο αυτό, το σημείο O ονομάζεται **θέση ισορροπίας** της ταλάντωσης.



Τα διαγράμματα της απομάκρυνσης, της ταχύτητας και της επιτάχυνσης σε μια ταλάντωση με αρχική φάση.
Σχήμα 1-6.



Στο σχήμα δίνονται σχηματικά τα διανύσματα της ταχύτητας (κόκκινο χρώμα) και της δύναμης (πράσινο χρώμα), στις διάφορες θέσεις, κατά την ταλάντωση ενός σώματος.
Σχήμα 1-7.

Αν συμβολίσουμε με D το γινόμενο $m\omega^2$ η (1.7) γράφεται

$$\boxed{F = -Dx}$$

Η παραπάνω σχέση είναι γνωστή και σαν συνθήκη για την παραγωγή απλής αρμονικής ταλάντωσης. Η δύναμη F ονομάζεται **δύναμη επαναφοράς** (γιατί τείνει να επαναφέρει το σώμα στη θέση ισορροπίας) και η σταθερά αναλογίας D **σταθερά επαναφοράς**.

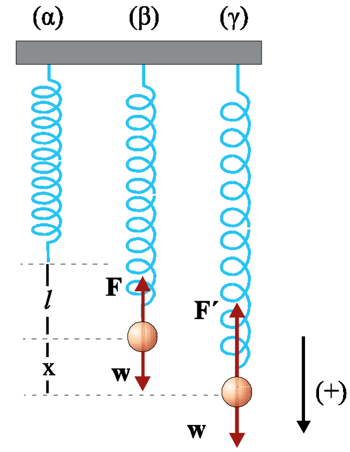
Αν σε κάποια ταλάντωση είναι γνωστή η σταθερά επαναφοράς, μπορούμε να υπολογίσουμε την περίοδό της.

Από τη σχέση $D = m\omega^2 = m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2$ προκύπτει

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}}} \qquad (1.8)$$

Παράδειγμα 1.1

Σώμα μάζας m έχει προσδεθεί στο κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Απομακρύνουμε το σώμα κατακόρυφα και το αφήνουμε ελεύθερο. Να υπολογιστεί η περίοδος της ταλάντωσης που θα εκτελέσει.



Σχήμα 1-8.

Απάντηση :

Δεν είναι δυνατόν να εφαρμόσουμε τη σχέση $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}}$ (1.8), που ισχύει μόνο στις αρμονικές ταλαντώσεις, αν πρώτα δεν αποδείξουμε ότι η κίνηση του σώματος είναι απλή αρμονική ταλάντωση. Για να γίνει αυτό θα αποδείξουμε ότι η συνισταμένη δύναμη σε μια τυχαία θέση του σώματος είναι ανάλογη της απομάκρυνσής του από τη θέση ισορροπίας και αντίθετης φοράς.

Το σώμα αρχικά ισορροπεί έχοντας επιμηκύνει το ελατήριο κατά l (σχ. 1.8.β). Κατά την ισορροπία του σώματος ισχύει

$$F = w \qquad (1.9)$$

Έστω μια τυχαία θέση στην οποία θα βρεθεί το σώμα κάποια στιγμή κατά τη διάρκεια της ταλάντωσής του. Θεωρώντας θετική φορά τη φορά της απομάκρυνσης x από τη θέση ισορροπίας του θα ισχύει:

$$F_{o\lambda} = w - F'$$

ή, λόγω της (1.9),

$$F_{o\lambda} = F - F' \qquad (1.10)$$

Σύμφωνα με το νόμο του Hooke $F = Kl$ και $F' = K(l+x)$, οπότε η (1.10) γίνεται

$$F_{o\lambda} = -Kx \qquad (1.11)$$

Από την (1.11) παρατηρούμε ότι η συνισταμένη δύναμη είναι ανάλογη της απομάκρυνσης από τη θέση ισορροπίας και αντίθετης φοράς.

Επομένως η κίνηση είναι αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς τη σταθερά K του ελατηρίου. Η σχέση (1.8) ισχύει και γίνεται

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$$

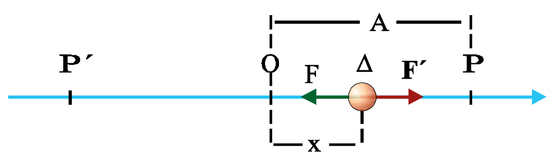
γ) Ενεργειακή προσέγγιση

Έστω και πάλι το σώμα που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Το σώμα, σε μια τυχαία θέση, έχει κινητική ενέργεια

$$K = \frac{1}{2}m\upsilon^2 = \frac{1}{2}m\upsilon_{max}^2\sigma\upsilon\nu^2\omega t = \frac{1}{2}m\omega^2A^2\sigma\upsilon\nu^2\omega t \qquad (1.12)$$

Αν δεχτούμε ότι στη θέση Ο το σώμα έχει δυναμική ενέργεια μηδέν, σε κάθε άλλη θέση θα έχει δυναμική ενέργεια που υπολογίζεται ως εξής :

Εάν το σώμα βρίσκεται στο σημείο Ο και είναι ακίνητο, για να μετακινηθεί στη θέση Δ, που απέχει απόσταση x από τη θέση ισορροπίας, πρέπει να του ασκηθεί δύναμη **F΄** τέτοια ώστε να εξουδετερώνει τη δύναμη επαναφοράς **F**. Το μέτρο αυτής της δύναμης, σε κάθε θέση, θα είναι $F' = Dx$.



Σχήμα 1-9.

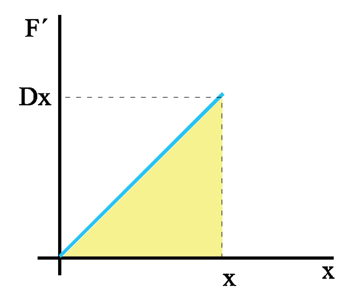
Το έργο της δύναμης **F΄** υπολογίζεται από τη γραφική παράσταση $F' = f(x)$, (σχ. 1.10) και είναι $W = \frac{1}{2}Dx^2$. Το έργο της δύναμης F΄ αποθηκεύεται ως δυναμική ενέργεια στο σύστημα, επομένως

$$\boxed{U = \frac{1}{2}Dx^2} \qquad (1.13)$$

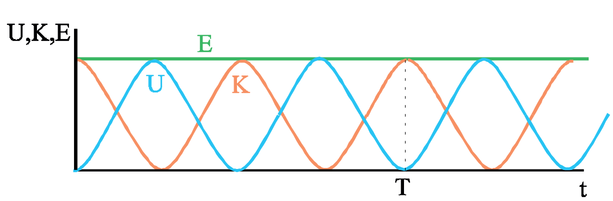
Όμως $D = m\omega^2$ και $x = A\eta\mu\omega t$, οπότε η (1.13) γίνεται

$$U = \frac{1}{2}m\omega^2A^2\eta\mu^2\omega t \qquad (1.14)$$

Από τις σχέσεις (1.12) και (1.14) προκύπτει ότι η κινητική και η δυναμική ενέργεια στην απλή αρμονική ταλάντωση μεταβάλλονται περιοδικά με το χρόνο (σχ. 1.11).



Για να μετατοπιστεί κατά x, στο σώμα ασκούμε δύναμη $F'=Dx$. Το εμβαδόν της επιφάνειας μεταξύ του διαγράμματος και του άξονα των x είναι αριθμητικά ίσο με το έργο που απαιτήθηκε για τη μετατόπιση.
Σχήμα 1-10.



Στο διάγραμμα παριστάνονται η κινητική, η δυναμική και η συνολική ενέργεια της ταλάντωσης, σε συνάρτηση με το χρόνο.
Σχήμα 1-11.

Η ενέργεια ταλάντωσης του συστήματος σε μια τυχαία θέση δίνεται από τη σχέση $E = K + U$

η οποία από τις (1.12) και (1.14) γίνεται

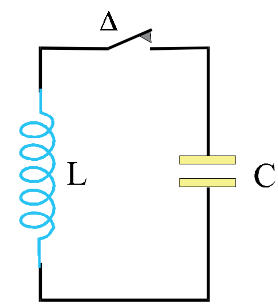
$$E = \frac{1}{2}m\omega^2A^2(\sigma\upsilon\nu^2\omega t + \eta\mu^2\omega t) = \frac{1}{2}m\omega^2A^2$$

$$E = \frac{1}{2}DA^2 \quad \text{ή} \quad \boxed{E = \frac{1}{2}DA^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 = \frac{1}{2}m\upsilon_{max}^2}$$

Η ενέργεια στην απλή αρμονική ταλάντωση είναι σταθερή και ανάλογη με το τετράγωνο του πλάτους.

1.4. Ηλεκτρικές Ταλαντώσεις

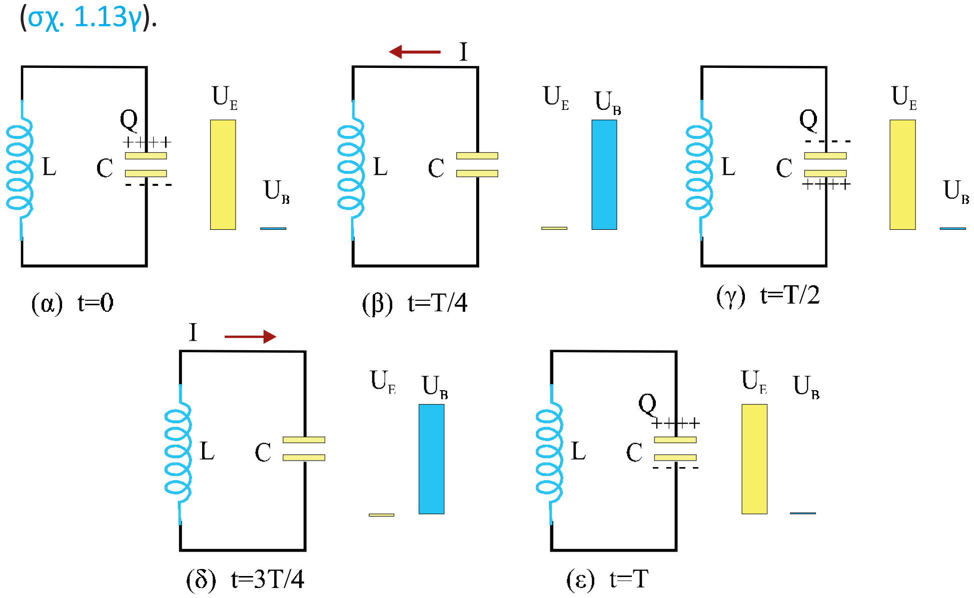
Στους οπλισμούς πυκνωτή χωρητικότητας C (σχ. 1.12) συνδέουμε πηνίο με συντελεστή αυτεπαγωγής L. Το πηνίο και οι αγωγοί δεν έχουν αντίσταση.



Στους οπλισμούς πυκνωτή έχει συνδεθεί μέσω διακόπτη ιδανικό πηνίο. Ένα τέτοιο κύκλωμα ονομάζεται κύκλωμα LC.
Σχήμα 1-12.

Φορτίζουμε τον πυκνωτή (π.χ. φέρνοντας σε επαφή τους οπλισμούς του με τους πόλους πηγής συνεχούς τάσης) με φορτίο Q και κλείνουμε το διακόπτη Δ (σχ. 1.13α). Αρχίζει τότε η εκφόρτιση του πυκνωτή και το κύκλωμα διαρρέεται από ρεύμα. Η ένταση του ρεύματος, λόγω της αυτεπαγωγής του πηνίου, αυξάνεται σταδιακά και γίνεται μέγιστη (I) τη στιγμή της πλήρους εκφόρτισης του πυκνωτή (σχ. 1.13β).

Το ρεύμα, εξαιτίας του φαινομένου της αυτεπαγωγής στο πηνίο, δε μηδενίζεται αμέσως μετά την εκφόρτιση του πυκνωτή. Το κύκλωμα συνεχίζει για λίγο χρόνο να διαρρέεται από ρεύμα που συνεχώς ελαττώνεται. Η κίνηση αυτή των φορτίων έχει ως αποτέλεσμα ο πυκνωτής να φορτιστεί πάλι, τώρα όμως με αντίθετη πολικότητα. Όταν το ρεύμα μηδενιστεί ο πυκνωτής θα έχει αποκτήσει πάλι φορτίο Q (σχ. 1.13γ).



Τη στιγμή μηδέν, που ο πυκνωτής έχει φορτίο Q, κλείνουμε το διακόπτη. Στο σχήμα φαίνονται διάφορες φάσεις της ηλεκτρικής ταλάντωσης του κυκλώματος κατά τη διάρκεια μιας περιόδου.
Σχήμα 1-13.

Στη συνέχεια η διαδικασία επαναλαμβάνεται αντίστροφα. Ο πυκνωτής αρχίζει να εκφορτίζεται, το πηνίο διαρρέεται από ρεύμα και το κύκλωμα επανέρχεται στην αρχική του κατάσταση (σχ. 1.13δ-ε).

Στην ιδανική περίπτωση που δεν υπάρχουν απώλειες ενέργειας η διαδικασία επαναλαμβάνεται συνέχεια. Το φαινόμενο ονομάζεται **ηλεκτρική ταλάντωση**.

Αποδεικνύεται ότι το φορτίο του πυκνωτή μεταβάλλεται με το χρόνο σύμφωνα με τη σχέση

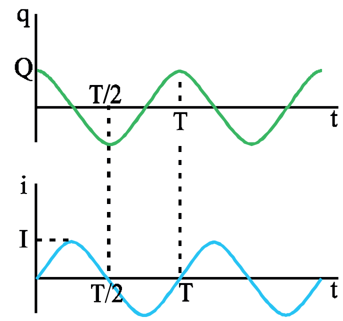
$$\boxed{q = Q\sigma\upsilon\nu\omega t} \qquad (1.15)$$

και η ένταση του ρεύματος στο πηνίο, σύμφωνα με τη σχέση

$$\boxed{i = -I\eta\mu\omega t} \qquad (1.16)$$

όπου $I = Q\omega$

Στις σχέσεις αυτές, χρονική στιγμή μηδέν θεωρείται η στιγμή που κλείνουμε το διακόπτη. Θετική θεωρείται η φορά του ρεύματος όταν αυτό κατευθύνεται προς τον οπλισμό του πυκνωτή που για $t = 0$ ήταν θετικά φορτισμένος.



Οι γραφικές παραστάσεις του φορτίου στον πυκνωτή και του ρεύματος σε συνάρτηση με το χρόνο, σε κύκλωμα LC.
Σχήμα 1-14.

Από ενεργειακή άποψη, η αρχική ενέργεια ηλεκτρικού πεδίου στον πυκνωτή $U_E = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$ με την εκφόρτισή του ελαττώνεται και μετατρέπεται σε ενέργεια μαγνητικού πεδίου στο πηνίο $U_B = \frac{1}{2}Li^2$. Όταν ο πυκνωτής εκφορτιστεί εντελώς η ενέργειά του είναι μηδενική και όλη η ενέργειά του έχει μετατραπεί σε ενέργεια μαγνητικού πεδίου στο πηνίο, η οποία τώρα έχει αποκτήσει τη μέγιστη τιμή της $U_E = \frac{1}{2}LI^2$. Στη συνέχεια αυτή η διαδικασία γίνεται αντίστροφα, μειώνεται η ενέργεια στο πηνίο και αυξάνεται στον πυκνωτή, μέχρι την πλήρη φόρτισή του οπότε το κύκλωμα επανέρχεται ενεργειακά στην αρχική του κατάσταση. Η όλη διαδικασία επαναλαμβάνεται.

Οι ενέργειες του ηλεκτρικού και του μαγνητικού πεδίου κάποια στιγμή είναι, αντίστοιχα

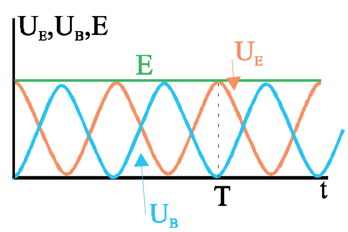
$$U_E = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} \qquad (1.17)$$

και

$$U_B = \frac{1}{2}Li^2 \qquad (1.18)$$

Η ολική ενέργεια του κυκλώματος στην ιδανική περίπτωση όπου δεν υπάρχουν απώλειες, θεωρείται σταθερή και είναι

$$\boxed{E = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}LI^2}$$



Η ενέργεια ηλεκτρικού πεδίου στον πυκνωτή, μετατρέπεται περιοδικά σε ενέργεια μαγνητικού πεδίου στο πηνίο.
Σχήμα 1-15.

Η σχέση (1.17) γίνεται από την (1.15)

$$U_E = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}\sigma\upsilon\nu^2\omega t = E\sigma\upsilon\nu^2\omega t \qquad (1.19)$$

και η (1.18) από τη (1.16)

$$U_B = \frac{1}{2}LI^2\eta\mu^2\omega t = E\eta\mu^2\omega t \qquad (1.20)$$