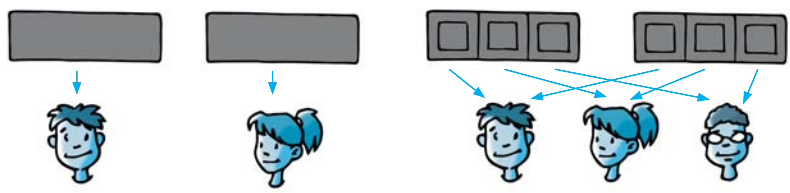
18 Μετατροπή κλάσματος σε δεκαδικό

Βασικά σημεία θεωρίας

- Κάθε **κλάσμα** φανερώνει το **ακριβές πηλίκο της διαίρεσης** του **αριθμητή** (ως διαιρετέου) με τον **παρανομαστή** (ως διαιρέτη).
  - Για παράδειγμα, αν θέλουμε να μοιράσουμε 2 σοκολάτες σε 2 παιδιά, θα πάρει το καθένα από μία, γιατί $2 : 2 = 1$.
  - Αν όμως θέλουμε να μοιράσουμε 2 σοκολάτες σε 3 παιδιά, θα χωρίσουμε κάθε σοκολάτα σε 3 ίσα μέρη, οπότε το κάθε παιδί θα πάρει 2 φορές από το $\frac{1}{3}$, δηλαδή $\frac{2}{3}$. Αυτό είναι το ακριβές πηλίκο της διαίρεσης $2 : 3 = \frac{2}{3}$.

  Π.χ.

2 σοκολάτες　　　　2 σοκολάτες



2 παιδιά　　　　3 παιδιά

$\mathbf{2 : 2 = 1}$ σοκ.　　　　$\mathbf{2 : 3 = \frac{2}{3}}$ σοκ.

- Για να μετατρέψουμε ένα **κλάσμα σε δεκαδικό αριθμό**, διαιρούμε τον αριθμητή του με τον παρονομαστή του.

  Π.χ.

  α) $\frac{3}{5} = 3 : 5 = 0{,}6 \quad \left(\begin{array}{r|l} 30 & 5 \\ \hline 0 & 0{,}6 \end{array}\right)$

  β) $2\frac{3}{5} = \frac{13}{5} = 13 : 5 = 2{,}6 \quad \left(\begin{array}{r|l} 13 & 5 \\ \hline 30 & 2{,}6 \\ 0 & \end{array}\right)$

  γ) $\frac{3}{4} = 3 : 4 = 0{,}75 \quad \left(\begin{array}{r|l} 30 & 4 \\ \hline 20 & 0{,}75 \\ 0 & \end{array}\right)$

  δ) $2\frac{3}{4} = \frac{11}{4} = 11 : 4 = 2{,}75 \quad \left(\begin{array}{r|l} 11 & 4 \\ \hline 30 & 2{,}75 \\ 20 & \\ 0 & \end{array}\right)$

- Όταν ο **διαιρέτης** (παρονομαστής) είναι **μεγαλύτερος** από το **διαιρετέο** (αριθμητής), τότε το **πηλίκο** είναι **γνήσιος δεκαδικός**, δηλαδή **μικρότερο** από την **ακέραιη μονάδα** π.χ. $\frac{3}{4} = 3 : 4 = 0{,}75$ $(0{,}75 < 1)$ ή $\frac{3}{5} = 3 : 5 = 0{,}6$ $(0{,}6 < 1)$.

- Αν μια διαίρεση **δεν τελειώνει**, προχωρούμε συνήθως στα δεκαδικά ψηφία μέχρι τα χιλιοστά, οπότε έχουμε **μια κατά προσέγγιση τιμή του κλάσματος**.
- Για να **συγκρίνουμε ετερώνυμα κλάσματα** π.χ. $\frac{3}{4}, \frac{4}{5}$:

α) Μπορούμε **να τα μετατρέψουμε σε δεκαδικούς**:

$$\left.\begin{aligned}\frac{3}{4} &= 3 : 4 = 0{,}75\\ \frac{4}{5} &= 4 : 5 = 0{,}80\end{aligned}\right] \text{ άρα } \frac{3}{4} \boxed{<} \frac{4}{5}, \quad \text{γιατί } \; 0{,}75 \boxed{<} 0{,}80$$

β) Μπορούμε να βρούμε **τα ισοδύναμά τους ομώνυμα**:

$$\frac{3}{4}, \frac{4}{5} \rightarrow \frac{3 \cdot \mathbf{5}}{4 \cdot \mathbf{5}}, \frac{4 \cdot \mathbf{4}}{5 \cdot \mathbf{4}} \rightarrow \frac{15}{20}, \frac{16}{20}$$

Άρα $\frac{3}{4} \boxed{<} \frac{4}{5}$, γιατί $\frac{15}{20} \boxed{<} \frac{16}{20}$.

Εμπεδωτικές ασκήσεις

18.1

Μετατρέπω σε δεκαδικούς τα παρακάτω κλάσματα:

α. $\frac{5}{100} = \ldots\ldots$ **β.** $\frac{45}{1.000} = \ldots\ldots$ **γ.** $\frac{125}{100} = \ldots\ldots$ **δ.** $\frac{4.280}{1.000} = \ldots\ldots$

ε. $\frac{4}{5} = \ldots\ldots$ **στ.** $\frac{5}{8} = \ldots\ldots$ **ζ.** $\frac{17}{4} = \ldots\ldots$ **η.** $\frac{12}{5} = \ldots\ldots$

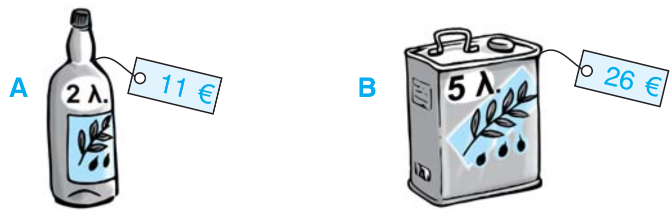
Εδώ κάνω τις διαιρέσεις:

18.2

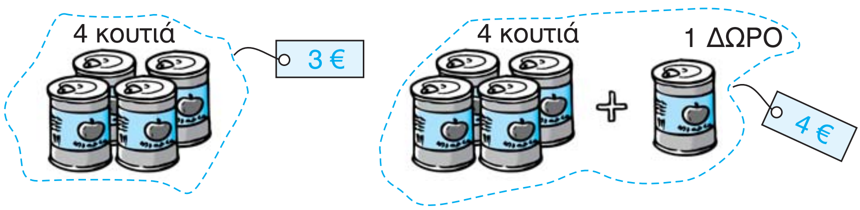
Λύνω τα παρακάτω προβλήματα:

α. Ο Αντρέας κέρασε από ένα χυμό τους 5 φίλους του και πλήρωσε 4 €. Πόσο κόστιζε ο κάθε χυμός;

β. Ένα κατάστημα προσφέρει το λάδι σε δύο συσκευασίες, Α και Β. Ποια συσκευασία από τις δύο μας συμφέρει να αγοράσουμε;



γ. Ποια συσκευασία χυμών ντομάτας από τις δύο είναι πιο οικονομική;



18.3

Λύνω τα παρακάτω προβλήματα:

α. Ποιο παιδί έφαγε περισσότερη σοκολάτα;

- Έφαγε
- Έμεινε

$\frac{3}{4}$ σοκ.  —

$\frac{4}{5}$ σοκ.  —

- Εκτιμώ: ....
- Εξηγώ παίρνοντας υπόψη πόση σοκολάτα έμεινε.
- Εξηγώ μετατρέποντας τα κλάσματα σε δεκαδικούς αριθμούς ή ισοδύναμα κλάσματα.

....

....

....

....

6. Πέντε φίλες αγόρασαν 4 μέτρα κορδέλα, για να φτιάξουν από μία ζώνη η καθεμία, και πλήρωσαν 3 €.

i) Πόσο κόστιζε το 1 μέτρο της κορδέλας;
ii) Πόσα ευρώ αναλογούν στο κάθε κορίτσι;
iii) Πόσο μήκος θα έχει η κάθε ζώνη;
iv) Αν έρθει κι ένα κορίτσι ακόμη, πόσα ευρώ θα αναλογούν τότε στο καθένα και πόσο μήκος θα έχει η κάθε ζώνη;

....
....
....
....
....
....
....
....

18.4

Βρίσκω με διαίρεση με ποιο δεκαδικό κλάσμα είναι ισοδύναμο το καθένα από τα παρακάτω κλάσματα:

α. $\frac{9}{18} = 9 : 18 = 0,\ldots$ ή $\frac{5}{10}$ **β.** $\frac{6}{8} =$ ....

γ. $\frac{18}{30} =$ .... **δ.** $\frac{9}{20} =$ ....

- Επαληθεύω με το κομπιουτεράκι και τοποθετώ τα κλάσματα $\frac{9}{18}$, $\frac{6}{8}$, $\frac{18}{30}$ και $\frac{9}{20}$ στην αριθμογραμμή:

18.5

Ποιο κλάσμα είναι μεγαλύτερο και ποιο μικρότερο;

$$\frac{16}{20}, \quad \frac{18}{24}, \quad \frac{12}{18}, \quad \frac{17}{34}, \quad \frac{10}{12}$$

α. Εκτιμώ:

i) μεγαλύτερο είναι ....

ii) μικρότερο είναι ....

β. Διατάσσω τα κλάσματα σε αύξουσα σειρά με εκτίμηση:

$$\_\_ < \_\_ < \_\_ < \_\_ < \_\_$$

γ. Απλοποιώ τα κλάσματα με το Μ.Κ.Δ. των όρων τους, τα διατάσσω σε αύξουσα σειρά και ύστερα επαληθεύω με τα υπόλοιπά τους.

....

....

....

....

δ. i) Επαληθεύω την εκτίμησή μου και με άλλο τρόπο, μετατρέποντας τα κλάσματα σε δεκαδικούς κάνοντας κάθετη διαίρεση.

16 | 20   ..... | .... | .... | .... | .....

ii) Διατάσσω τις ποσότητες σε αύξουσα σειρά:

- με δεκαδικούς: ....
- με κλάσματα: ....

18.6

Στους παρακάτω υπολογισμούς υπάρχει λάθος:

α. $\boxed{12 : 20 = 0{,}8}$ **β.** $\boxed{20 : 25 = 0{,}5}$ **γ.** $\boxed{15 : 40 = 0{,}4}$

- Εξηγώ με δύο διαφορετικούς τρόπους γιατί είναι λάθος:

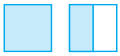
  i) με την αντίστροφη πράξη (με πολλαπλασιασμό),

  ii) με τα ισοδύναμά τους δεκαδικά κλάσματα (με διαίρεση).

19 Στρατηγικές διαχείρισης αριθμών

Βασικά σημεία θεωρίας

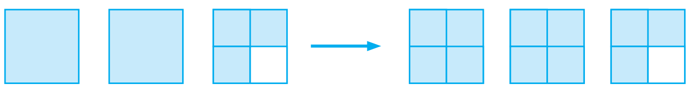
- Στην καθημερινή μας ζωή χρησιμοποιούμε τα **κλάσματα** για να εκφράσουμε ποσότητες που **δεν είναι ολόκληρες**. Μία **ποσότητα** μπορούμε να την εκφράσουμε **με διαφορετικούς τρόπους** (με λέξεις, με σχήματα ή με διαφορετικές μορφές αριθμών).

  Π.χ. ενάμισι, , 1,5, $\frac{15}{10}$, $1\frac{1}{2}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{6}{4} \cdots \frac{150}{100}$, $\frac{1.500}{1.000}$ κτλ.

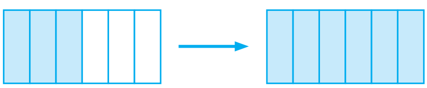
- **Ένα μεικτό κλάσμα** (μεικτός αριθμός) μπορούμε **να το μετατρέψουμε σε απλό** (καταχρηστικό κλάσμα), αν **πολλαπλασιάσουμε** τον ακέραιο του μεικτού με τον παρονομαστή του κλάσματός του και στο γινόμενο **προσθέσουμε** τον αριθμητή του. Το αποτέλεσμα το γράφουμε αριθμητή του νέου κλάσματος και παρονομαστή αφήνουμε τον ίδιο.

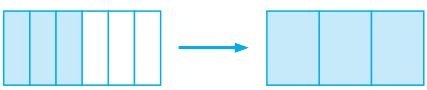
  Π.χ. $2\frac{3}{4} = \frac{(2 \cdot 4) + 3}{4} = \frac{8+3}{4} = \frac{11}{4}$

  Ή αναλυτικά: $2\frac{3}{4} = 1 + 1 + \frac{3}{4} = \frac{4}{4} + \frac{4}{4} + \frac{3}{4} = \frac{11}{4}$

  $2\frac{3}{4}$  $\frac{11}{4}$

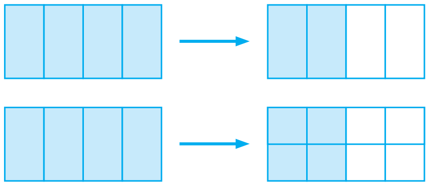
- Η αξία ενός κλάσματος **μεγαλώνει**:
  - αν **πολλαπλασιάσουμε τον αριθμητή** του ή **διαιρέσουμε τον παρονομαστή του** με έναν αριθμό. Π.χ.

  $\frac{3}{6}$  $\frac{6}{6}$ Δηλαδή: $\mathbf{\frac{3}{6}} \rightarrow \frac{3 \cdot \mathbf{2}}{6} = \mathbf{\frac{6}{6}}$

  $\frac{3}{6}$  $\frac{3}{3}$ Δηλαδή: $\mathbf{\frac{3}{6}} \rightarrow \frac{3}{6 : \mathbf{2}} = \mathbf{\frac{3}{3}}$

- Η αξία ενός κλάσματος **μικραίνει**:
  - αν **διαιρέσουμε τον αριθμητή του** ή **πολλαπλασιάσουμε τον παρονομαστή του** με έναν αριθμό. Π.χ.

$\frac{4}{4}$ $\frac{2}{4}$ Δηλαδή: $\mathbf{\frac{4}{4}} \rightarrow \frac{4:\mathbf{2}}{4} = \mathbf{\frac{2}{4}}$



$\frac{4}{4}$ $\frac{4}{8}$ Δηλαδή: $\mathbf{\frac{4}{4}} \rightarrow \frac{4}{4\cdot\mathbf{2}} = \mathbf{\frac{4}{8}}$

Εμπεδωτικές ασκήσεις

19.1

Θέλουμε να αγοράσουμε $1\frac{1}{2}$ λ. χυμό. Ποια από τις παρακάτω συσκευασίες είναι η πιο οικονομική; Συγκρίνουμε τις ποσότητες και τις τιμές τους.

$\mathbf{\frac{1}{2}}$ **λ. = 1,50 €**

$\mathbf{\frac{3}{4}}$ **λ. = 2,10 €**

$\mathbf{1\frac{1}{2}}$ **λ. = 4,05 €**

- Αν παίρναμε $1\frac{1}{2}$ λ. από κάθε συσκευασία, θα πληρώναμε:

  – 1η περίπτωση:

  . . . κουτιά $\times \frac{1}{2}$ λ. = ... €

  – 2η περίπτωση:

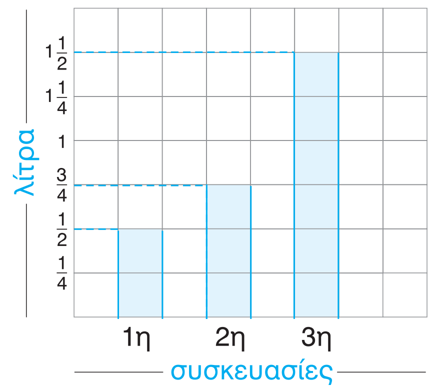
  . . . κουτιά $\times \frac{3}{4}$ λ. = ... €

  – 3η περίπτωση:

  . . . κουτί $\times 1\frac{1}{2}$ λ. = ... €

  Άρα η πιο οικονομική συσκευασία είναι

  . . . .



- Λύνουμε και με άλλο τρόπο το πρόβλημα (συγκρίνοντας το μισό $\left(\frac{1}{2}\right)$ λίτρο ή το 1 λίτρο από κάθε συσκευασία).

19.2

Μετατρέπω τους μεικτούς σε κλάσματα (αναλυτικά):

α. $1\frac{1}{4}=\frac{4}{4}+\frac{1}{4}=\frac{5}{4}$

β. $2\frac{3}{4}=\frac{}{}+\frac{}{}+\frac{}{}=\frac{}{}$

γ. $1\frac{2}{5}=\frac{}{}+\frac{}{}=\frac{}{}$

δ. $3\frac{2}{3}=\frac{}{}+\frac{}{}+\frac{}{}+\frac{}{}=\frac{}{}$

19.3

Βρίσκω με δύο τρόπους (διαίρεση και πολλαπλασιασμό):

α. Το διπλάσιο και

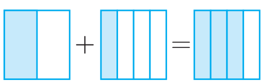
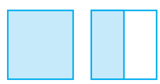
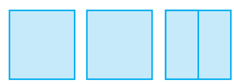
β. Το μισό των κλασμάτων: $\frac{2}{4}$, $\frac{4}{6}$.

$\frac{2}{4}$ **α.** .... ή .... **β.** .... ή ....

$\frac{4}{6}$ **α.** .... ή .... **β.** .... ή ....

19.4

Συμπληρώνω τη μισή και τη διπλάσια ποσότητα.

Μισή ποσότητα $\xleftarrow{:2}$	**Αρχική ποσότητα** $\xrightarrow{\times 2}$	**Διπλάσια ποσότητα**
		
$1\frac{1}{2}:2=(1:2)+\left(\frac{1}{2}:2\right)=$ $=\frac{\dots}{2}+\frac{\dots}{4}=\frac{\dots}{4}$ **ή** $\frac{3}{2}:2=$ $\frac{3:2}{2}=\frac{\dots}{\dots}$ $\frac{3}{2\cdot 2}=\frac{\dots}{\dots}$	$1\frac{1}{2}$ ή $\frac{3}{2}$ ή $\frac{\dots}{4}$ ή $\frac{\dots}{1.000}$ ή 1,... 	$1\frac{1}{2}\cdot 2=(1\cdot 2)+\left(\frac{1}{2}\cdot 2\right)=$ $=2+\frac{\dots}{2}=\dots$ **ή** $\frac{3}{2}\cdot 2=$ $\frac{3\cdot 2}{2}=\frac{\dots}{\dots}=\dots$ $\frac{3}{2:2}=\frac{\dots}{\dots}=\dots$

19.5

α. Οι παρακάτω χάντρες είναι τα $\frac{2}{8}$ των χαντρών από τα κομπολόγια που έφτιαξε ο Παύλος. Μπορείς να τα συμπληρώσεις με όλες τους τις χάντρες;

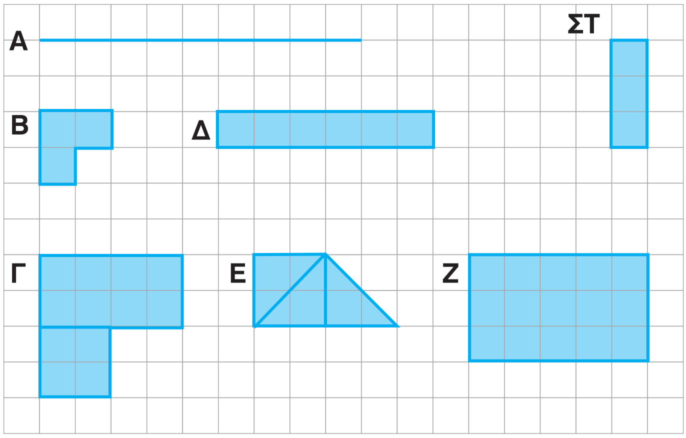
Κομπο-λόγια	**Σχεδιάζω ολόκληρα τα κομπολόγια**	**Σύνολο χαντρών**
Α		......
Β		......
Γ		......

β. Η Άννα έφτιαξε ένα κολιέ με χρωματιστές χάντρες. Τα $\frac{4}{15}$ των χαντρών ήταν άσπρες (βλέπε σχήμα). Οι πράσινες ήταν περισσότερες από τις άσπρες και οι γαλάζιες περισσότερες από τις πράσινες. **i)** Πόσες χάντρες είχε συνολικά το κολιέ; **ii)** Πόσες χάντρες είχε από το κάθε χρώμα; (Ζωγραφίζω τις χάντρες στο κολιέ.)

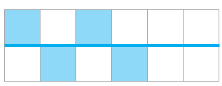
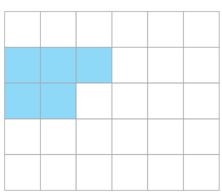
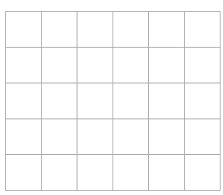
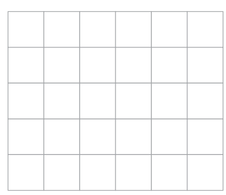
19.6

Λύνω τα παρακάτω προβλήματα:

α. Αν αυτό που έχει σχεδιαστεί από κάθε σχήμα αποτελεί τα $\frac{2}{4}$ του σχήματος, πώς θα μπορούσε να είναι ολόκληρο το κάθε σχήμα; (Υπάρχουν πολλές λύσεις για κάθε περίπτωση.)



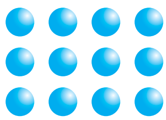
β. Συμπληρώνω τον παρακάτω πίνακα: (Υπάρχουν διάφορες λύσεις για το σχεδιασμό...)

Τα $\frac{2}{3}$ είναι ... 	Σχεδιάζω για να φτιάξω το **ολόκληρο**. 	Σχεδιάζω για να φτιάξω το **μισό** των $\frac{2}{3}$. 
Το **μισό** είναι ... 	Σχεδιάζω για να φτιάξω το **ολόκληρο**. 	Σχεδιάζω για να φτιάξω το $\frac{1}{3}$ του **ολόκληρου**. 

19.7

Λύνω τα παρακάτω προβλήματα (με αναγωγή στην κλασματική μονάδα):

α. Οι παρακάτω βόλοι είναι:



– τα $\frac{4}{25}$ της συλλογής του Αντρέα ή

– τα $\frac{4}{24}$ της συλλογής του Μηνά.

- Ποιο παιδί έχει τους περισσότερους βόλους και πόσους περισσότερους;

....

....

....

β. Δώδεκα γραμματόσημα αποτελούν:

– τα $\frac{3}{25}$ της συλλογής της Δανάης ή

– τα $\frac{4}{24}$ της συλλογής της Άννας.

i) Πόσα γραμματόσημα έχει ολόκληρη η συλλογή του κάθε κοριτσιού;

ii) Πόσα γραμματόσημα είναι τα $\frac{3}{4}$ της συλλογής του κάθε κοριτσιού;

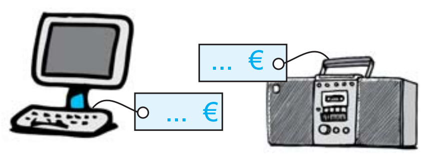
....

....

....

γ. Η μητέρα του Πέτρου είχε ένα χαρτονόμισμα σε ευρώ. Με τα $\frac{5}{8}$ της αξίας του χαρτονομίσματος αγόρασε ένα ποδήλατο στον Πέτρο και με τα υπόλοιπα μία κούκλα στην κόρη της. Αν το ποδήλατο ήταν 50 € ακριβότερο από την κούκλα: **i)** Ποιο χαρτονόμισμα είχε η μητέρα; **ii)** Πόσο άξιζε το κάθε είδος;

δ. Ο Μηνάς αγόρασε τα παρακάτω είδη και πλήρωσε συνολικά 400 €. Πόσο κόστιζε το καθένα, αν η τιμή του μαγνητοφώνου ήταν ίση με τα $\frac{3}{5}$ της τιμής του ηλεκτρονικού υπολογιστή;



19.8

Λύνω τα παρακάτω προβλήματα:

α. Για ένα παντελόνι και 2 ίδια μπλουζάκια πληρώσαμε 200 €. Πόσο κοστίζει το κάθε είδος, αν η τιμή από το κάθε μπλουζάκι ήταν ίση με τα $\frac{3}{4}$ της τιμής του παντελονιού;

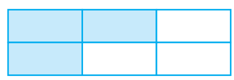
β. Για ένα σακάκι και 2 ίδια πουκάμισα δώσαμε ένα χαρτονόμισμα. Αν η τιμή του κάθε πουκαμίσου ήταν ίση με τα $\frac{6}{8}$ της τιμής του σακακιού και το σακάκι ήταν κατά 20 € ακριβότερο από το κάθε πουκάμισο, **i)** ποιο χαρτονόμισμα δώσαμε; **ii)** Πόσο κόστιζε το κάθε είδος;

γ. Στο νερό χάνουμε τα $\frac{6}{10}$ του βάρους μας λόγω της άνωσης. Στο φεγγάρι (Σελήνη) χάνουμε τα $\frac{10}{12}$ του βάρους μας λόγω της μικρότερης βαρύτητας. Αν ο Αντρέας ζυγίζει στο νερό 24 κιλά, **i)** πόσο είναι το βάρος του στην ξηρά (πάνω στη Γη) και **ii)** πόσο πάνω στη Σελήνη;

δ. Συμπληρώνω τον παρακάτω πίνακα, σύμφωνα με τα δεδομένα του προηγούμενου προβλήματος (19.8.γ.):

Παιδιά	**Βάρος στο νερό**	**Βάρος στη Γη**	**Βάρος στη Σελήνη**
Ισιδώρα	12 κιλά	....	....
Βάσω	....	42 κιλά	....
Μηνάς	....	....	9 κιλά

ε. Τα $\frac{3}{4}$ των $\frac{2}{3}$ από ένα τόπι ύφασμα είναι 60 μ. Πόσα μέτρα ύφασμα έχει ολόκληρο το τόπι;



στ. Αν με τα $\frac{2}{6}$ του κουτιού με χυμό 

γεμίζουμε 2 ποτήρια, με ένα κουτί 

πόσα ίδια ποτήρια θα γεμίζαμε;