

Στην ενότητα αυτή θα μελετήσουμε:

- Τη συνισταμένη δύναμη.
- Τη σύνθεση δυνάμεων ίδιας διεύθυνσης.
- Τη σύνθεση δυνάμεων διαφορετικής διεύθυνσης.
- Τη σύνθεση κάθετων δυνάμεων.
- Την ανάλυση μιας δύναμης.



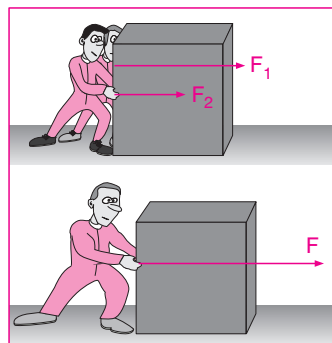
Θεωρία

10.1 | Τι ονομάζεται συνισταμένη δυνάμεων;

Α Π Α Ν Τ Η Σ Η

Δύο εργάτες μετακινούν ένα βαρύ κιβώτιο σε μια αποθήκη ασκώντας δυνάμεις F_1 και F_2 .

Την ίδια μετακίνηση μπορεί να πραγματοποιήσει ένας δυνατότερος εργάτης ασκώντας μόνο μία δύναμη F . Η δύναμη F είναι η συνολική δύναμη των δύο δυνάμεων F_1 και F_2 και ονομάζεται συνισταμένη.



Συνισταμένη δύο ή περισσότερων δυνάμεων οι οποίες ενεργούν ταυτόχρονα σ' ένα σώμα λέγεται η συνολική δύναμη που μπορεί να προκαλέσει το ίδιο αποτέλεσμα που προκαλούν όλες αυτές οι δυνάμεις μαζί.

10.2 | Ποια διαδικασία ονομάζεται σύνθεση δυνάμεων;

Α Π Α Ν Τ Η Σ Η

Σύνθεση δυνάμεων ονομάζεται η διαδικασία που ακολουθούμε για να αντικαταστήσουμε δύο ή περισσότερες δυνάμεις με τη συνισταμένη τους.

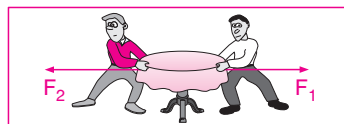
10.3 | Ποιες δυνάμεις ονομάζονται συγγραμμικές;

Α Π Α Ν Τ Η Σ Η

Δύο δυνάμεις ονομάζονται συγγραμμικές όταν έχουν την ίδια διεύθυνση ή είναι παράλληλες μεταξύ τους.

Παραδείγματα

- A.** Δύο παιδιά στην παραλία προσπαθούν να τραβήξουν προς την ακτή μία βάρκα με τη βοήθεια ενός σκοινιού ασκώντας δυνάμεις F_1 και F_2 αντίστοιχα.
- B.** Δύο εργάτες προσπαθούν να τραβήξουν ένα τραπέζι ασκώντας δυνάμεις F_1 και F_2 αντίστοιχα.



10.4 | Πώς προσδιορίζεται η συνισταμένη δύο συγγραμμικών δυνάμεων;

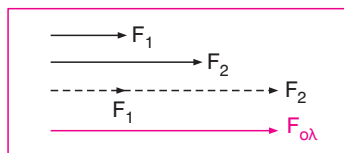
Α Π Α Ν Τ Η Σ Η

Διακρίνουμε τις εξής περιπτώσεις:

1. Οι δύο δυνάμεις F_1 και F_2 να έχουν την ίδια διεύθυνση και φορά (**ομόρροπες**). Τότε η συνισταμένη τους δύναμη $F_{ολ}$ έχει:

- Διεύθυνση ίδια με τη διεύθυνση των δυνάμεων.
- Φορά ίδια με τη φορά των δυνάμεων.
- Μέτρο ίσο με το άθροισμα των μέτρων των δύο δυνάμεων. Δηλαδή:

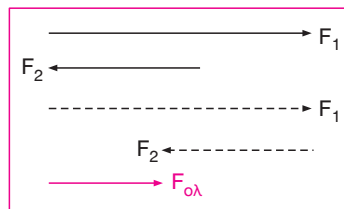
$$F_{ολ} = F_1 + F_2$$



2. Οι δύο δυνάμεις F_1 και F_2 ($F_1 > F_2$) να έχουν την ίδια διεύθυνση αλλά αντίθετη φορά (**αντίρροπες**). Τότε η συνισταμένη τους δύναμη έχει:

- Διεύθυνση τη διεύθυνση των δυνάμεων.
- Φορά τη φορά της μεγαλύτερης δύναμης (δηλαδή της F_1).
- Μέτρο ίσο με τη διαφορά των μέτρων των δύο δυνάμεων. Δηλαδή:

$$F_{ολ} = F_1 - F_2$$

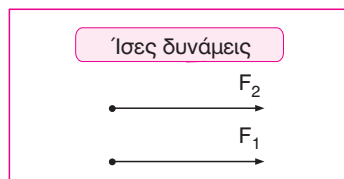


10.5 | Πότε δύο δυνάμεις θα είναι ίσες;

Α Π Α Ν Τ Η Σ Η

Για να είναι δύο δυνάμεις ίσες, δεν αρκεί να έχουν μόνο ίδιο μέτρο. Αυτό συμβαίνει γιατί η δύναμη είναι διανυσματικό μέγεθος. Επομένως:

Δύο δυνάμεις θα είναι ίσες όταν θα έχουν ίδιο μέτρο και ίδια κατεύθυνση.



10.6 Πότε δύο δυνάμεις θα είναι αντίθετες; Πόση είναι η συνισταμένη δύο αντίθετων δυνάμεων;

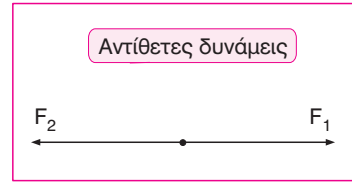
Α Π Α Ν Τ Η Σ Η

Δύο δυνάμεις θα είναι αντίθετες όταν έχουν ίδια διεύθυνση, ίδιο μέτρο αλλά αντίθετη φορά.

Η συνισταμένη τους στην περίπτωση αυτή θα είναι:

$$F_{ολ} = F_1 - F_2 = F - F = 0$$

Δηλαδή θα είναι ίση με το μηδέν.



10.7 Πώς προσδιορίζεται η συνισταμένη δύο δυνάμεων οι οποίες δεν είναι συγγραμμικές, αλλά σχηματίζουν κάποια γωνία θ μεταξύ τους;

Α Π Α Ν Τ Η Σ Η

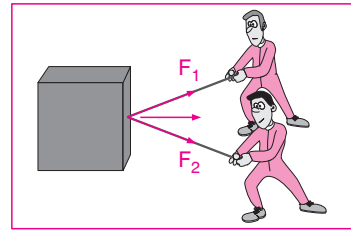
Είδαμε ότι η εύρεση της συνισταμένης δύο συγγραμμικών δυνάμεων είναι μια απλή πρόσθεση, όταν οι δυνάμεις έχουν την ίδια φορά, ή μια απλή αφαίρεση, αν οι δυνάμεις έχουν αντίθετη φορά.

Στη φύση όμως οι περισσότερες δυνάμεις δεν είναι συγγραμμικές.

Παράδειγμα

Δύο εργάτες προσπαθούν να μετακινήσουν ένα κιβώτιο σε μια αποθήκη ασκώντας τις δυνάμεις F_1 και F_2 που φαίνονται στο σχήμα. Το κιβώτιο δε θα κινηθεί ούτε στην κατεύθυνση της δύναμης F_1 ούτε στην κατεύθυνση της δύναμης F_2 .

Στην περίπτωση αυτή, που οι δύο δυνάμεις σχηματίζουν κάποια γωνία μεταξύ τους, είναι δυνατόν και πάλι να προσδιοριστεί η συνισταμένη τους. Η όλη διαδικασία όμως δεν είναι το αποτέλεσμα μιας πρόσθεσης ή μιας αφαίρεσης. Η εύρεση της συνισταμένης πραγματοποιείται με τον **κανόνα του παραλληλογράμμου**.

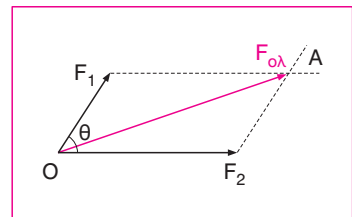


10.8 Πώς εφαρμόζεται ο κανόνας του παραλληλογράμμου για τον προσδιορισμό της συνισταμένης δύο δυνάμεων διαφορετικής διεύθυνσης;

Α Π Α Ν Τ Η Σ Η

Ο προσδιορισμός της συνισταμένης δύο δυνάμεων F_1 και F_2 που ενεργούν στο ίδιο σημείο O και σχηματίζουν μεταξύ τους γωνία θ πραγματοποιείται ως εξής:

- Από το τέλος της δύναμης F_1 φέρνουμε παράλληλη στην F_2 .
- Από το τέλος της δύναμης F_2 φέρνουμε παράλληλη στην F_1 .



- γ. Οι δύο παράλληλες που φέρνουμε τέμνονται στο σημείο Α. Σχηματίζεται έτσι ένα παραλληλόγραμμα.
- δ. Η διαγώνιος ΟΑ του παραλληλογράμμου μάς δίνει τη συνισταμένη των δυνάμεων F_1 και F_2 .

Η μέθοδος αυτή ονομάζεται **κανόνας του παραλληλογράμμου**.

Το μέτρο της συνισταμένης δύναμης είναι ίσο με το μήκος της διαγωνίου του παραλληλογράμμου. Η διεύθυνση της συνισταμένης δύναμης μπορεί να προσδιοριστεί με τη βοήθεια μοιρογνωμόνιου και μετρώντας μία από τις γωνίες που σχηματίζει η συνισταμένη δύναμη με τις δυνάμεις F_1 ή F_2 .

⚠ Παρατήρηση

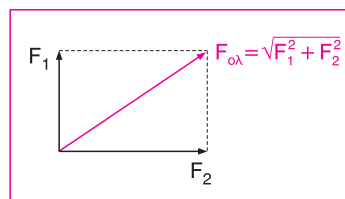
Στην τάξη αυτή μας αρκεί να γνωρίζουμε τον τρόπο με τον οποίο βρίσκουμε γραφικά τη συνισταμένη δύο δυνάμεων που σχηματίζουν κάποια γωνία μεταξύ τους. Στην Α' Λυκείου θα μάθετε και τη σχέση με την οποία προσδιορίζουμε και το μέτρο της συνισταμένης δύναμης σε μια τέτοια περίπτωση.

10.9 Πώς προσδιορίζεται η συνισταμένη δύο κάθετων δυνάμεων;

Α Π Α Ν Τ Η Σ Η

Και στην περίπτωση αυτή, για την εύρεση της συνισταμένης δύναμης εφαρμόζουμε τον κανόνα του παραλληλογράμμου. Όμως, το μήκος της διαγωνίου μπορεί εύκολα να προσδιοριστεί με τη βοήθεια του πυθαγόρειου θεωρήματος. Ισχύει δηλαδή:

$$F_{ολ}^2 = F_1^2 + F_2^2$$



10.10 Ποια διαδικασία ονομάζεται ανάλυση δύναμης;

Α Π Α Ν Τ Η Σ Η

Η ανάλυση δύναμης είναι η αντίθετη διαδικασία της σύνθεσης δυνάμεων. Δηλαδή:

Ανάλυση μιας δύναμης ονομάζεται η διαδικασία με την οποία μια δύναμη F μπορεί να αντικατασταθεί από δύο δυνάμεις οι οποίες προκαλούν το ίδιο αποτέλεσμα που προκαλεί η δύναμη F .

Οι δύο δυνάμεις στις οποίες αναλύεται η δύναμη F ονομάζονται **συνιστώσες**.

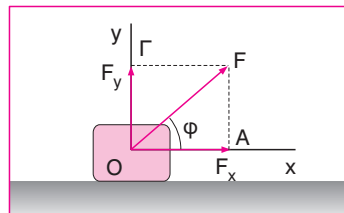
Συνήθως η ανάλυση μιας δύναμης γίνεται σε δύο διευθύνσεις κάθετες μεταξύ τους.

10.11 Πώς πραγματοποιείται η ανάλυση μιας δύναμης;

Α Π Α Ν Τ Η Σ Η

Έστω η δύναμη F που ασκείται σε ένα σώμα το οποίο βρίσκεται σε οριζόντιο επίπεδο και σχηματίζει γωνία φ με το οριζόντιο επίπεδο. Για να αναλύσουμε τη δύναμη F σε δύο συνιστώσες, ακολουθούμε τα εξής βήματα:

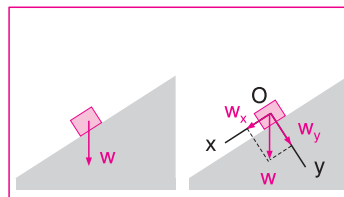
1. Αρχικά επιλέγουμε δύο κάθετους άξονες: στην περίπτωση μας έναν οριζόντιο (Ox) και έναν κατακόρυφο άξονα (Oy).
2. Από το τέλος του διανύσματος F φέρνουμε παράλληλες στους δύο άξονες. Έστω A το σημείο τομής με τον άξονα Ox και Γ το σημείο τομής με τον άξονα Oy .
3. Σχεδιάζουμε, έχοντας ως αρχή το σημείο O της δύναμης F και τέλος τα σημεία A και Γ στους δύο άξονες, τις δυνάμεις F_x και F_y , οι οποίες αποτελούν τις συνιστώσες της δύναμης F .
4. Τα μέτρα των δύο συνιστωσών προσδιορίζονται μετρώντας το μήκος των δύο διανυσμάτων και γνωρίζοντας την κλίμακα υπό την οποία έχει κατασκευαστεί και η δύναμη F .



10.12 | Με ποιον τρόπο αναλύεται μια δύναμη στο κεκλιμένο επίπεδο;

Α Π Α Ν Τ Η Σ Η

Γενικά η ανάλυση μιας δύναμης μπορεί να πραγματοποιηθεί επιλέγοντας οποιουδήποτε άξονες θέλουμε. Καλό βέβαια είναι να επιλέγουμε τους άξονες με τέτοιο τρόπο ώστε ο ένας άξονας που θα έχουμε να είναι ο άξονας πάνω στον οποίο κινείται το σώμα. Έτσι, στην περίπτωση του κεκλιμένου επιπέδου ο ένας άξονας που επιλέγουμε για να αναλύσουμε μια δύναμη είναι ο άξονας που είναι παράλληλος στο κεκλιμένο επίπεδο, όπως φαίνεται στο σχήμα (άξονας Ox). Ο άλλος άξονας είναι κάθετος στον άξονα Ox (άξονας Oy). Για παράδειγμα, η ανάλυση της δύναμης του βάρους w ενός σώματος που βρίσκεται στο κεκλιμένο επίπεδο στις συνιστώσες w_x και w_y θα είναι αυτή που φαίνεται στο σχήμα.



Λυμένες εφαρμογές

10.13 | 1η ΕΦΑΡΜΟΓΗ Σκοπός: Εύρεση της συνισταμένης δύο συγγραμμικών δυνάμεων.

Σε ένα σώμα ασκούνται δύο συγγραμμικές δυνάμεις με μέτρα $F_1 = 6 \text{ N}$ και $F_2 = 4 \text{ N}$. Να βρεθεί η συνισταμένη τους, όταν οι δυνάμεις έχουν:

- α. Ίδια κατεύθυνση.
- β. Αντίθετη κατεύθυνση.

Λ Υ Σ Η

Σχόλιο: Για τον προσδιορισμό της συνισταμένης δύο συγγραμμικών δυνάμεων, ανάλογα με την κατεύθυνσή τους, εφαρμόζουμε τις εξής σχέσεις:

- Όταν οι δυνάμεις έχουν την ίδια κατεύθυνση, τότε $F_{ολ} = F_1 + F_2$.
- Όταν οι δυνάμεις έχουν αντίθετη κατεύθυνση, τότε $F_{ολ} = F_1 - F_2$.

α. Οι δυνάμεις έχουν την ίδια κατεύθυνση. Επομένως:

$$F_{ολ} = F_1 + F_2 = 6 \text{ N} + 4 \text{ N} \Rightarrow F_{ολ} = 10 \text{ N}$$

β. Οι δυνάμεις έχουν αντίθετη κατεύθυνση. Επομένως:

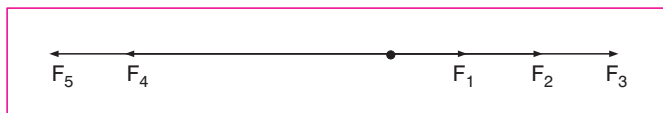
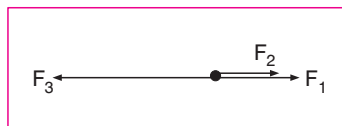
$$F_{ολ} = F_1 - F_2 = 6 \text{ N} - 4 \text{ N} \Rightarrow F_{ολ} = 2 \text{ N}$$

10.14 | 2η ΕΦΑΡΜΟΓΗ Σκοπός: Εύρεση της συνισταμένης δύναμης πολλών συγγραμμικών δυνάμεων.

Να βρεθεί και να σχεδιαστεί η συνισταμένη δύναμη στις παρακάτω περιπτώσεις:

α. $F_1 = 8 \text{ N}$, $F_2 = 6 \text{ N}$, $F_3 = 16 \text{ N}$.

β. $F_1 = 2 \text{ N}$, $F_2 = 4 \text{ N}$, $F_3 = 6 \text{ N}$, $F_4 = 7 \text{ N}$, $F_5 = 9 \text{ N}$.



ΛΥΣΗ

Σχόλιο: Για τον προσδιορισμό της συνισταμένης πολλών συγγραμμικών δυνάμεων προσθέτουμε όλες τις δυνάμεις που έχουν την ίδια φορά και αφαιρούμε τις υπόλοιπες, που έχουν αντίθετη φορά. Η φορά της συνισταμένης δύναμης καθορίζεται από το αποτέλεσμα.

α. Οι δυνάμεις F_1 και F_2 έχουν την ίδια φορά. Αρχικά λοιπόν τις προσθέτουμε και στη συνέχεια αφαιρούμε από το άθροισμά τους την τιμή της δύναμης F_3 . Ισχύει:

$$F_{ολ} = F_1 + F_2 - F_3 = 8 \text{ N} + 6 \text{ N} - 16 \text{ N} = -2 \text{ N} \leftarrow \underline{F_{ολ}=2 \text{ N}}$$

Το « \leftarrow » σημαίνει ότι η φορά της συνισταμένης είναι προς τα αριστερά, αντίθετα δηλαδή από τη φορά που εμείς θεωρήσαμε θετική.

β. Οι δυνάμεις F_1 , F_2 και F_3 έχουν την ίδια φορά. Αρχικά λοιπόν τις προσθέτουμε και στη συνέχεια αφαιρούμε από το άθροισμά τους τις τιμές των δυνάμεων F_4 και F_5 . Ισχύει:

$$F_{ολ} = F_1 + F_2 + F_3 - F_4 - F_5 = 2 \text{ N} + 4 \text{ N} + 6 \text{ N} - 7 \text{ N} - 9 \text{ N} = -4 \text{ N} \leftarrow \underline{F_{ολ}=4 \text{ N}}$$

Το « \leftarrow » και στην περίπτωση αυτή δηλώνει ότι η συνισταμένη δύναμη έχει κατεύθυνση προς τα αριστερά.

10.15

3η

ΕΦΑΡΜΟΓΗ

Σκοπός: Εύρεση της συνισταμένης κάθετων δυνάμεων.

Δύο δυνάμεις με μέτρα $F_1 = 8 \text{ N}$ και $F_2 = 6 \text{ N}$ είναι κάθετες μεταξύ τους.

α. Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις αυτές, καθώς και τη συνισταμένη τους.

β. Να υπολογίσετε το μέτρο της συνισταμένης δύναμης.

Λ Υ Σ Η

Σχόλιο: Για την εύρεση της συνισταμένης δύο κάθετων δυνάμεων εφαρμόζουμε τον κανόνα του παραλληλογράμμου. Το μέτρο της συνισταμένης δύναμης στην περίπτωση αυτή υπολογίζεται με τη βοήθεια του πυθαγόρειου θεωρήματος.

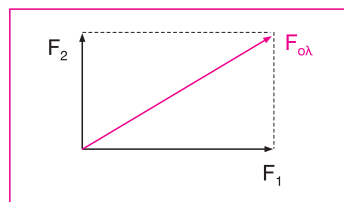
Ισχύει: $F_{\text{ολ}}^2 = F_1^2 + F_2^2$.

α. Οι δύο κάθετες δυνάμεις F_1 και F_2 , καθώς και η συνισταμένη τους, που προσδιορίζεται γραφικά με τον κανόνα του παραλληλογράμμου, φαίνονται στο διπλανό σχήμα.

β. Για το μέτρο της συνισταμένης δύναμης $F_{\text{ολ}}$ ισχύει:

$$F_{\text{ολ}}^2 = F_1^2 + F_2^2 \Rightarrow F_{\text{ολ}}^2 = (8 \text{ N})^2 + (6 \text{ N})^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_{\text{ολ}}^2 = 64 \text{ N}^2 + 36 \text{ N}^2 \Rightarrow F_{\text{ολ}}^2 = 100 \text{ N}^2 \Rightarrow F_{\text{ολ}} = 10 \text{ N}$$



10.16

4η

ΕΦΑΡΜΟΓΗ

Σκοπός: Ανάλυση δύναμης σε συνιστώσες.

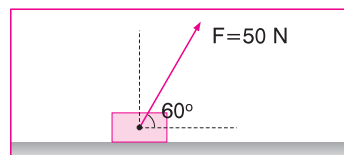
Ένα κιβώτιο σύρεται σε πάτωμα με τη βοήθεια ενός σκοινιού, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Το σκοινί σχηματίζει γωνία 60° με το πάτωμα και η δύναμη που ασκείται στο κιβώτιο μέσω του σκοινιού είναι ίση με $F = 50 \text{ N}$.

α. Να αναλύσετε τη δύναμη F σε δύο κάθετες συνιστώσες, η μία από τις οποίες να είναι παράλληλη στο πάτωμα.

β. Να υπολογίσετε το μέτρο της κάθε συνιστώσας.

Λ Υ Σ Η

Σχόλιο: Για την ανάλυση μιας δύναμης σε δύο συνιστώσες επιλέγουμε δύο άξονες (συνήθως κάθετους). Ο σχεδιασμός των δύο συνιστωσών πρέπει να γίνει με μεγάλη ακρίβεια, γιατί ο προσδιορισμός των μέτρων τους γίνεται με τη χρήση χάρακα.

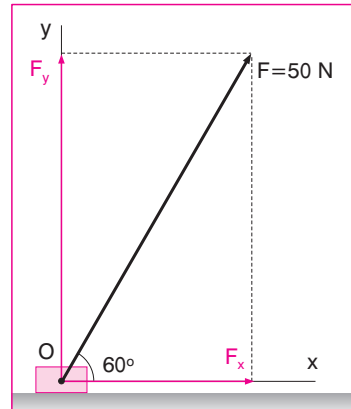


- α. Επιλέγουμε τους δύο κάθετους άξονες Ox και Oy που φαίνονται στο σχήμα και αναλύουμε τη δύναμη F στις δύο συνιστώσες F_x και F_y .
- β. Στο διπλανό σχήμα η δύναμη F έχει σχεδιαστεί 5 cm. Αφού το μήκος του βέλους της δύναμης F είναι ίσο με 5 cm και το μέτρο της 50 N, αυτό σημαίνει ότι κάθε 1 cm αντιστοιχεί σε 10 N.
- Το μήκος του βέλους της συνιστώσας F_x είναι ίσο με 2,5 cm. Επομένως το μέτρο της είναι:

$$F_x = 2,5 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ N}}{1 \text{ cm}} \Rightarrow F_x = 25 \text{ N}$$

- Το μήκος του βέλους της συνιστώσας F_y είναι ίσο με 4,33 cm. Επομένως το μέτρο της είναι:

$$F_y = 4,33 \text{ cm} \cdot \frac{10 \text{ N}}{1 \text{ cm}} \Rightarrow F_y = 43,3 \text{ N}$$



Ερωτήσεις εξάσκησης

10.17 (ΜΙΑ ΓΡΗΓΟΡΗ ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ ΤΗΣ ΘΕΩΡΙΑΣ) Να συμπληρώσετε με τις κατάλληλες λέξεις τα κενά των παρακάτω προτάσεων.

- α. Η συνολική δύναμη που προκύπτει από δύο ή περισσότερες δυνάμεις και η οποία προκαλεί το ίδιο αποτέλεσμα με αυτές ονομάζεται δύναμη.
- β. Όταν δύο δυνάμεις F_1 και F_2 έχουν ίδια διεύθυνση και φορά, η συνισταμένη δύναμη έχει μέτρο
- γ. Όταν δύο δυνάμεις F_1 και F_2 ($F_1 > F_2$) έχουν ίδια διεύθυνση και αντίθετη φορά, η συνισταμένη δύναμη έχει μέτρο
- δ. Όταν δύο δυνάμεις F_1 και F_2 έχουν ίδια διεύθυνση, ίδια φορά και ίδιο μέτρο ονομάζονται
- ε. Όταν δύο δυνάμεις F_1 και F_2 έχουν ίδια διεύθυνση, αντίθετη φορά και ίδιο μέτρο ονομάζονται
- στ. Για να βρούμε τη συνισταμένη δύο δυνάμεων διαφορετικής διεύθυνσης, σχηματίζουμε ένα
- ζ. Όταν δύο δυνάμεις F_1 και F_2 είναι κάθετες μεταξύ τους, η συνισταμένη δύναμη έχει μέτρο
- η. Κάθε δύναμη μπορεί να αναλυθεί σε δύο επιμέρους δυνάμεις που ονομάζονται

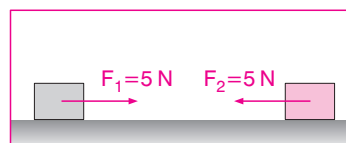
- 10.18** | Να σημειώσετε με Σ κάθε σωστή πρόταση και με Λ κάθε λανθασμένη.
- Δύο δυνάμεις που έχουν την ίδια διεύθυνση είναι συγγραμμικές.
 - Το μέτρο της συνισταμένης δύο ίσων δυνάμεων είναι ίσο με το μηδέν.
 - Αν σε ένα σώμα ασκούνται τρεις συγγραμμικές δυνάμεις, τότε δεν μπορεί η συνισταμένη τους να είναι ίση με το μηδέν.
 - Δύο δυνάμεις δεν μπορεί να είναι ίσες και ταυτόχρονα αντίθετες.
 - Δύο αντίθετες δυνάμεις έχουν αντίθετη κατεύθυνση μεταξύ τους και διαφορετικό μέτρο.

- 10.19** | Για τη συνισταμένη δύο συγγραμμικών δυνάμεων F_1 και F_2 που ασκούνται στο ίδιο σώμα να σημειώσετε με Σ κάθε σωστή πρόταση και με Λ κάθε λανθασμένη.
- Έχει μέτρο ίσο με τη μεγαλύτερη δύναμη.
 - Έχει πάντοτε την κατεύθυνση της μεγαλύτερης δύναμης.
 - Είναι συγγραμμική με τις δύο δυνάμεις.
 - Έχει μέτρο μεγαλύτερο από το μέτρο της μεγαλύτερης δύναμης, εφόσον είναι ομόρροπες.
 - Έχει μέτρο μικρότερο από το μέτρο της μικρότερης δύναμης, εφόσον είναι αντίρροπες.

- 10.20** | Η συνισταμένη δύο δυνάμεων έχει μέτρο ίσο με $F_1 + F_2$, όταν οι δυνάμεις είναι:
- α.** συγγραμμικές
 - β.** ομόρροπες
 - γ.** αντίρροπες
 - δ.** κάθετες

- 10.21** | Δύο συγγραμμικές δυνάμεις με μέτρα 2 N και 10 N ασκούνται στο ίδιο σώμα. Η συνισταμένη δύναμη είναι:
- α.** 12 N
 - β.** 8 N
 - γ.** 10 N
 - δ.** δεν μπορούμε να γνωρίζουμε

- 10.22** | Οι δυνάμεις που φαίνονται στο σχήμα έχουν μέτρο ίσο με 5 N η καθεμία. Για τη συνισταμένη τους δύναμη τι από τα παρακάτω ισχύει;



- α.** Είναι ίση με 0 N.
- β.** Είναι ίση με 5 N.
- γ.** Είναι ίση με 10 N.
- δ.** Δεν μπορούμε να προσδιορίσουμε τη συνισταμένη των δύο αυτών δυνάμεων.

- 10.23** | Δύο συγγραμμικές δυνάμεις ίδιου μέτρου $F_1 = F_2 = 6\text{ N}$ ασκούνται στο ίδιο σώμα. Να συμπληρώσετε τα κενά των παρακάτω προτάσεων.

- α. Η συνισταμένη των δύο δυνάμεων, όταν σχηματίζουν μεταξύ τους γωνία 0° , είναι
- β. Η συνισταμένη των δύο δυνάμεων, όταν σχηματίζουν μεταξύ τους γωνία 180° , είναι

10.24 Τι από τα παρακάτω δεν ισχύει για δύο αντίθετες δυνάμεις;

- α. Είναι ίσες.
- β. Είναι συγγραμμικές.
- γ. Έχουν ίδια μέτρα.
- δ. Η συνισταμένη τους είναι ίση με μηδέν.

10.25 Τι από τα παρακάτω δεν ισχύει για δύο ίσες δυνάμεις;

- α. Είναι συγγραμμικές.
- β. Έχουν ίδια μέτρα.
- γ. Η συνισταμένη τους είναι ίση με μηδέν.
- δ. Έχουν ίδια κατεύθυνση.

10.26 Δύο κάθετες δυνάμεις έχουν μέτρα $F_1 = 4 \text{ N}$ και $F_2 = 3 \text{ N}$. Η συνισταμένη των δυνάμεων αυτών θα έχει μέτρο:

α. 1 N β. 5 N γ. 7 N δ. 8 N

10.27 Σε ένα σώμα ασκούνται τρεις συγγραμμικές δυνάμεις $F_1 = 10 \text{ N}$, $F_2 = 4 \text{ N}$ και $F_3 = 8 \text{ N}$. Να αντιστοιχίσετε τα χαρακτηριστικά των δυνάμεων της πρώτης στήλης του πίνακα με το μέτρο της συνισταμένης τους της δεύτερης στήλης.

1. Όλες οι δυνάμεις είναι ομόρροπες.	α. $F_{ολ} = 6 \text{ N}$
2. Οι δυνάμεις F_1 και F_2 έχουν ίδια κατεύθυνση και η δύναμη F_3 αντίθετη κατεύθυνση με αυτές.	β. $F_{ολ} = 22 \text{ N}$
3. Οι δυνάμεις F_1 και F_3 έχουν ίδια κατεύθυνση και η δύναμη F_2 αντίθετη κατεύθυνση με αυτές.	γ. $F_{ολ} = 2 \text{ N}$
4. Οι δυνάμεις F_2 και F_3 έχουν ίδια κατεύθυνση και η δύναμη F_1 αντίθετη κατεύθυνση με αυτές.	δ. $F_{ολ} = 14 \text{ N}$

||| Ασκήσεις προς λύση

10.28 Δύο συγγραμμικές δυνάμεις ίδιας κατεύθυνσης με μέτρα $F_1 = 9 \text{ N}$ και F_2 ασκούνται σε ένα σώμα. Αν η συνισταμένη τους έχει μέτρο $F_{ολ} = 12 \text{ N}$, να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης F_2 .

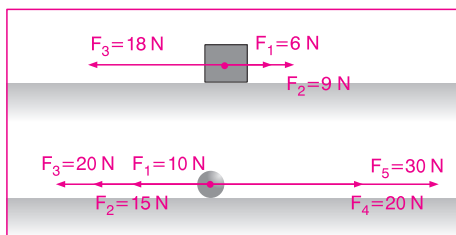
- 10.29** Δύο συγγραμμικές δυνάμεις αντίθετης κατεύθυνσης με μέτρα $F_1 = 14 \text{ N}$ και F_2 ασκούνται σε ένα σώμα. Αν η συνισταμένη τους έχει μέτρο $F_{\text{ολ}} = 2 \text{ N}$, να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης F_2 , όταν η συνισταμένη δύναμη έχει:
- Ίδια κατεύθυνση με την F_1 .
 - Ίδια κατεύθυνση με την F_2 .

- 10.30** Σε ένα σώμα ασκούνται δύο συγγραμμικές δυνάμεις F_1 και F_2 για τις οποίες ισχύει $F_1 > F_2$. Όταν οι δυνάμεις είναι ομόρροπες, η συνισταμένη τους έχει μέτρο 80 N , ενώ, όταν είναι αντίρροπες, η συνισταμένη τους έχει μέτρο 20 N . Να βρείτε τα μέτρα των δυνάμεων F_1 και F_2 .

- 10.31** Τέσσερις συγγραμμικές δυνάμεις με μέτρα $F_1 = 3 \text{ N}$, $F_2 = 5 \text{ N}$, $F_3 = 7 \text{ N}$ και $F_4 = 9 \text{ N}$ ασκούνται στο ίδιο σώμα. Να βρείτε τη συνισταμένη των δυνάμεων στις παρακάτω περιπτώσεις:
- Οι δυνάμεις F_1, F_2 είναι ομόρροπες και ταυτόχρονα αντίρροπες με τις δυνάμεις F_3, F_4 .
 - Οι δυνάμεις F_1, F_2, F_3 είναι ομόρροπες και ταυτόχρονα αντίρροπες με τη δύναμη F_4 .
 - Οι δυνάμεις F_2, F_3, F_4 είναι ομόρροπες και ταυτόχρονα αντίρροπες με τη δύναμη F_1 .

- 10.32** Σε ένα παιχνίδι διελκυστίνδας η μία ομάδα αποτελείται από 6 αγόρια και η άλλη ομάδα από 8 κορίτσια. Κάθε αγόρι ασκεί δύναμη 15 N και κάθε κορίτσι ασκεί δύναμη 12 N . Ποια ομάδα θα κερδίσει τον αγώνα;

- 10.33** Για καθένα από τα παρακάτω σχήματα να προσδιορίσετε τα χαρακτηριστικά της συνισταμένης δύναμης.

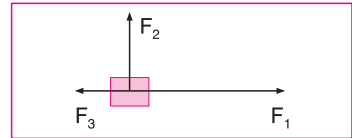


- 10.34** Τρεις συγγραμμικές δυνάμεις $F_1 = 3 \text{ N}$, $F_2 = 5 \text{ N}$ και F_3 ασκούνται στο ίδιο σώμα. Οι δυνάμεις F_1 και F_2 είναι ομόρροπες και η F_3 είναι αντίρροπη των δυνάμεων F_1 και F_2 . Η συνισταμένη όλων των δυνάμεων είναι 8 N και έχει την κατεύθυνση της F_3 . Να βρείτε το μέτρο της δύναμης F_3 .

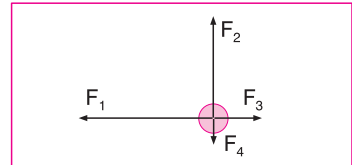
- 10.35** Τέσσερις συγγραμμικές δυνάμεις $F_1 = 6 \text{ N}$, $F_2 = 7 \text{ N}$, $F_3 = 2 \text{ N}$ και F_4 ασκούνται στο ίδιο σώμα. Οι δυνάμεις F_1 και F_2 είναι ομόρροπες και οι δυ-

νάμεις F_3 και F_4 είναι αντίρροπες των δυνάμεων F_1 και F_2 . Η συνισταμένη όλων των δυνάμεων έχει μέτρο 5 N και κατεύθυνση ίδια με τη δύναμη F_1 . Να βρείτε το μέτρο της δύναμης F_4 .

- 10.36** | Να υπολογίσετε τη συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα του διπλανού σχήματος, αν γνωρίζετε ότι $F_1 = 6$ N, $F_2 = 3$ N και $F_3 = 2$ N.



- 10.37** | Να υπολογίσετε τη συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα του διπλανού σχήματος, αν γνωρίζετε ότι $F_1 = 12$ N, $F_2 = 8$ N, $F_3 = 4$ N και $F_4 = 2$ N.



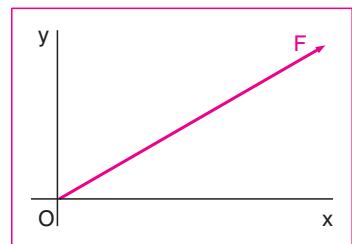
- 10.38** | Σε ένα σώμα ασκούνται δύο δυνάμεις $F_1 = 4$ N και F_2 . Όταν οι δυνάμεις είναι συγγραμμικές και έχουν την ίδια κατεύθυνση, η συνισταμένη τους δύναμη έχει μέτρο 7 N. Πόσο είναι το μέτρο της συνισταμένης των δυνάμεων, όταν είναι κάθετες μεταξύ τους;

- 10.39** | Σε ένα σώμα ασκούνται δύο δυνάμεις $F_1 = 8$ N και F_2 . Όταν οι δυνάμεις είναι συγγραμμικές και έχουν αντίθετη κατεύθυνση, η συνισταμένη τους δύναμη έχει μέτρο 2 N και κατεύθυνση της δύναμης F_1 . Πόσο είναι το μέτρο της συνισταμένης των δυνάμεων, όταν είναι κάθετες μεταξύ τους;

- 10.40** | Ένα κιβώτιο που βρίσκεται πάνω στο δάπεδο σύρεται με τη βοήθεια ενός σκοινιού. Το σκοινί σχηματίζει γωνία 45° με το δάπεδο. Το σκοινί ασκεί στο κιβώτιο δύναμη 12 N.

- Να φτιάξετε κατάλληλο σχήμα όπου θα φαίνεται η δύναμη F .
- Να αναλύσετε τη δύναμη F σε δύο συνιστώσες (η μία παράλληλη στο δάπεδο) και να υπολογίσετε τα μέτρα των δύο συνιστωσών δυνάμεων.

- 10.41** | Η δύναμη που φαίνεται στο διπλανό σχήμα έχει σχεδιαστεί με κλίμακα 4 N/cm. Να αναλύσετε τη δύναμη F σε δύο συνιστώσες F_x και F_y κάθετες μεταξύ τους και να βρείτε το μέτρο της F και το μέτρο των συνιστωσών F_x και F_y .



ΔΥΝΑΜΗ ΚΑΙ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ~ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΥΛΙΚΟΥ ΣΗΜΕΙΟΥ

Στην ενότητα αυτή θα μελετήσουμε:

Το ρόλο της δύναμης στην κίνηση ενός σώματος.
Τον πρώτο νόμο του Νεύτωνα.
Την αδράνεια.



Θεωρία

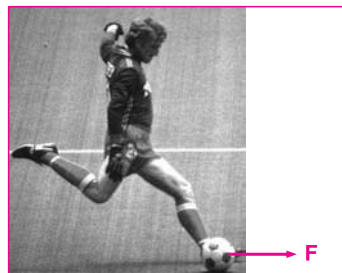
Α. ΔΥΝΑΜΗ ΚΑΙ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ

11.1 | Ποιος είναι ο ρόλος της δύναμης στην κίνηση ενός σώματος;

Α Π Α Ν Τ Η Σ Η

Αν κλοτσήσουμε μια μπάλα ποδοσφαίρου (ασκήσουμε δύναμη), θα αρχίσει να κινείται. Αυτό σημαίνει ότι η ταχύτητα της μπάλας αλλάζει. Πώς όμως συνδέεται η μεταβολή της ταχύτητας της μπάλας με τη δύναμη; Πώς ο τρόπος με τον οποίο ασκείται η δύναμη στην μπάλα καθορίζει την κίνησή της;

Την απάντηση σε αυτά και σε άλλα παρόμοια ερωτήματα που αφορούν τη σχέση δύναμης και κίνησης, καθώς και την αλληλεπίδραση των σωμάτων έδωσε πρώτος ο Νεύτωνα πριν από τρεις περίπου αιώνες, διατυπώνοντας τους περίφημους νόμους του.



11.2 | Τι συμβαίνει στην περίπτωση κατά την οποία σε ένα κινούμενο σώμα δεν ασκηθεί καμία δύναμη;

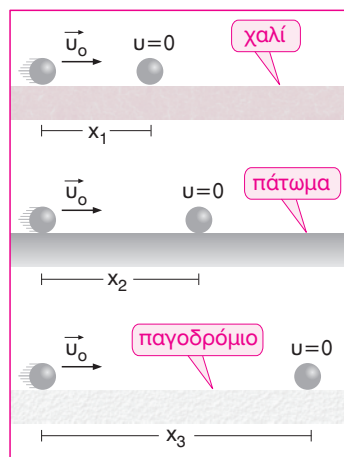
Α Π Α Ν Τ Η Σ Η

Σε ένα σώμα που βρίσκεται ακίνητο σε ένα πάτωμα το οποίο είναι στρωμένο με χαλί δίνουμε μια ώθηση, οπότε αρχίζει να κινείται με ταχύτητα u_0 . Διαπιστώνουμε ότι το σώμα θα σταματήσει αφού διανύσει απόσταση x_1 .

Αν το ίδιο σώμα το τοποθετήσουμε διαδοχικά σε ένα γυαλισμένο μαρμάρινο πάτωμα και σε ένα παγοδρόμιο και του δώσουμε και πάλι την ίδια ώθηση, οπότε θα αρχίσει να κινείται με ταχύτητα u_0 , θα διαπιστώσουμε ότι το σώμα θα σταματήσει αφού διανύσει ολοένα και μεγαλύτερες αποστάσεις x_2 και x_3 αντίστοιχα.

Η αιτία που αναγκάζει τα σώματα να σταματήσουν, δηλαδή να αλλάξει η ταχύτητά τους, είναι η τριβή. Στο παγοδρόμιο όμως, όπου η τριβή είναι μικρότερη, το σώμα σταματάει αφού διανύσει μεγαλύτερη απόσταση.

Αν θεωρήσουμε την ιδανική περίπτωση κατά την οποία η τριβή είναι αμελητέα (και επομένως στο σώμα δεν ασκείται καμία δύναμη), το σώμα θα μπορούσε να κινούνται επ' άπειρο, χωρίς να αλλάξει η ταχύτητά του.



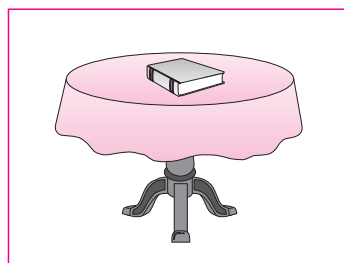
11.3 Τι συμβαίνει στην περίπτωση κατά την οποία σε ένα ακίνητο σώμα δεν ασκηθεί καμία δύναμη;

Α Π Α Ν Τ Η Σ Η

Από την καθημερινή μας εμπειρία γνωρίζουμε ότι το σώμα θα παραμείνει ακίνητο.

Παράδειγμα

Αν δεν ασκήσουμε καμία δύναμη στο βιβλίο της Φυσικής μας που βρίσκεται ακίνητο πάνω στο τραπέζι, αυτό δε θα κινηθεί και θα εξακολουθεί να παραμένει ακίνητο.



11.4 Να διατυπώσετε τον πρώτο νόμο του Νεύτωνα.

Α Π Α Ν Τ Η Σ Η

Αν συνοψίσουμε τα συμπεράσματα των παραπάνω παρατηρήσεών μας, προκύπτει ο **πρώτος νόμος του Νεύτωνα**, σύμφωνα με τον οποίο:

«Όταν σε ένα σώμα δεν ασκούνται δυνάμεις ή ασκούνται δυνάμεις που η συνισταμένη τους είναι μηδέν, τότε το σώμα παραμένει ακίνητο, αν αρχικά ήταν ακίνητο, ή κινείται ευθύγραμμα και ομαλά, αν αρχικά κινούνταν».

11.5 Τι εννοούμε με τον όρο «αδράνεια»; Να δώσετε παραδείγματα.

Α Π Α Ν Τ Η Σ Η

Ο πρώτος νόμος του Νεύτωνα συνδέεται με μια ιδιότητα που έχουν τα σώματα και η οποία είναι γνωστή ως αδράνεια. Συγκεκριμένα:

Αδράνεια ονομάζεται η θεμελιώδης ιδιότητα της ύλης σύμφωνα με την οποία κάθε σώμα έχει την τάση να διατηρεί την κινητική του κατάσταση και να αντιστέκεται σε οποιαδήποτε μεταβολή της.

Παραδείγματα

1. Στο απότομο φρενάρισμα ενός αυτοκινήτου οι επιβάτες πέφτουν προς τα εμπρός. Αυτό συμβαίνει γιατί οι επιβάτες, καθώς το αυτοκίνητο κινείται, έχουν αποκτήσει την ταχύτητα του αυτοκινήτου. Όταν το αυτοκίνητο φρενάρει, μεταξύ του αυτοκινήτου και του οδοστρώματος ασκείται δύναμη. Η δύναμη αυτή είναι εξωτερική και δεν ασκείται στους επιβάτες, οι οποίοι θέλουν να διατηρήσουν την αρχική τους κινητική κατάσταση και πέφτουν προς τα εμπρός. Για το λόγο αυτό κρίνεται απαραίτητη η χρήση των ζωνών ασφαλείας από τους επιβάτες του αυτοκινήτου.
2. Στο απότομο ξεκίνημα ενός αυτοκινήτου οι επιβάτες πέφτουν προς τα πίσω, θέλοντας να διατηρήσουν την αρχική τους κατάσταση ακινησίας.

B. ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΥΛΙΚΟΥ ΣΗΜΕΙΟΥ

11.6 | Πότε λέμε ότι ένα υλικό σημείο ισορροπεί;

Α Π Α Ν Τ Η Σ Η

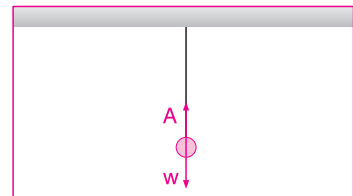
Σύμφωνα με τον πρώτο νόμο, οι καταστάσεις «ακινησία» και «ευθύγραμμη ομαλή κίνηση» είναι ισοδύναμες, καθώς, για να πραγματοποιηθούν, απαιτείται η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα να είναι μηδέν. Στις περιπτώσεις αυτές λέμε ότι το σώμα **ισορροπεί**.

Ένα σώμα, που θεωρείται υλικό σημείο, ισορροπεί όταν είναι ακίνητο ή κινείται με σταθερή ταχύτητα. Απαραίτητη συνθήκη για να συμβεί αυτό είναι η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα να είναι μηδέν. Επομένως:

$$\text{Ισορροπία} \Leftrightarrow F_{\text{ολ}} = 0$$

Παράδειγμα

Η σφαίρα του σχήματος ισορροπεί με τη βοήθεια του σκοινιού. Αυτό σημαίνει ότι η συνισταμένη των δυνάμεων που της ασκούνται είναι ίση με το μηδέν. Και επειδή η μία δύναμη είναι το βάρος της σφαίρας (w), που έχει κατακόρυφη διεύθυνση και φορά προς τα κάτω, στη σφαίρα θα ασκείται και μία ακόμη δύναμη από το σκοινί, που θα είναι αντίθετη του βάρους. Η δύναμη αυτή, όπως μάθαμε σε προηγούμενη ενότητα, είναι η τάση του νήματος (A).



11.7 | Τι συμβαίνει στην περίπτωση που ένα σώμα ισορροπεί με την επίδραση περισσότερων από δύο δυνάμεων που δεν είναι συγγραμμικές μεταξύ τους;

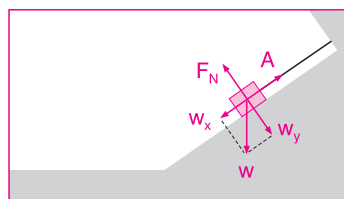
Α Π Α Ν Τ Η Σ Η

Στην περίπτωση που ένα σώμα ισορροπεί με την επίδραση περισσότερων από δύο δυνάμεων που δεν είναι συγγραμμικές μεταξύ τους, ισχύει και πάλι η συνθήκη ισορροπίας, μόνο που στην περίπτωση αυτή, για να εφαρμοστεί, θα πρέπει κάποια (ή κάποιες) από τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα να αναλυθεί σε συνιστώσες. Η συνθήκη ισορροπίας μπορεί να εφαρμοστεί χωριστά για κάθε άξονα. Δηλαδή:

$$\vec{F}_{ολ} = 0 \Leftrightarrow F_{ολ(x)} = 0 \text{ και } F_{ολ(y)} = 0$$

Παράδειγμα

Το κιβώτιο του σχήματος ισορροπεί με τη βοήθεια σκοινιού πάνω στο λείο κεκλιμένο επίπεδο. Οι δυνάμεις που ασκούνται στο κιβώτιο είναι η τάση του σκοινιού (A), το βάρος του (w) και η κάθετη δύναμη (F_N) από το δάπεδο. Αναλύοντας το βάρος σε δύο συνιστώσες w_x και w_y , η συνθήκη ισορροπίας $\vec{F}_{ολ} = 0$ μπορεί να πάρει τη μορφή:



- $F_{ολ(x)} = 0 \Leftrightarrow w_x = A$
και
- $F_{ολ(y)} = 0 \Leftrightarrow w_y = F_N$

Λυμένες εφαρμογές

11.8 | 1η ΕΦΑΡΜΟΓΗ Σκοπός: Μελέτη του πρώτου νόμου του Νεύτωνα και της ευθύγραμμης ομαλής κίνησης.

Σε μια σφαίρα που κινείται ευθύγραμμα σε λείο οριζόντιο επίπεδο ασκούνται τρεις συγγραμμικές δυνάμεις με μέτρα $F_1 = 0,4 \text{ N}$, $F_2 = 1,6 \text{ N}$ και $F_3 = 1,2 \text{ N}$. Οι δυνάμεις F_1 και F_3 έχουν την ίδια φορά, ενώ η δύναμη F_2 έχει αντίθετη φορά. Η σφαίρα σε χρόνο 2 s κινείται κατά 5 m. Να βρείτε:

- Τη συνισταμένη των δυνάμεων που ενεργούν στη σφαίρα.
- Την ταχύτητα της σφαίρας.
- Πόσο θα μετατοπιστεί η σφαίρα σε χρόνο 14 s;

Λ Υ Σ Η

Σχόλιο: Για να μελετήσουμε την κίνηση ενός σώματος σε ένα πρόβλημα όπου εμφανίζονται δυνάμεις, αρχικά προσδιορίζουμε τη συνισταμένη των δυνάμεων. Αν $F_{ολ} = 0$, το σώμα ή ισορροπεί ή κινείται ευθύγραμμα με σταθερή ταχύτητα. Στην περίπτωση της ευθύγραμμης ομαλής κίνησης μπορεί να εφαρμοστεί η σχέση: $x = u \cdot t$.