

## Εφαρμογές αρχών διατήρησης στη μελέτη απλών ηλεκτρικών κυκλωμάτων

11

Στην ενότητα αυτή θα μελετήσουμε:

- ✓ Το κύκλωμα σύνδεσης σε σειρά.
- ✓ Το κύκλωμα παράλληλης σύνδεσης.
- ✓ Τον τρόπο σύνδεσης των αντιστατών και τον ισοδύναμο αντιστάτη.
- ✓ Τη σύνδεση αντιστατών σε σειρά.
- ✓ Την παράλληλη σύνδεση αντιστατών.

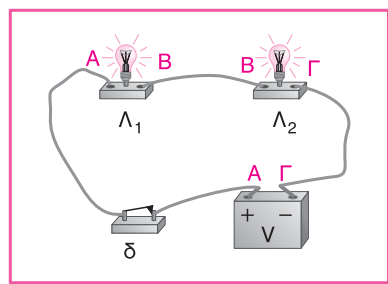


### ΘΕΩΡΙΑ

**11.1** Τι γνωρίζετε για το κύκλωμα σύνδεσης σε σειρά;

#### Α Π Α Ν Τ Η Σ Η

Ας θεωρήσουμε το κύκλωμα του διπλανού σχήματος. Σε αυτό υπάρχουν δύο λαμπτήρες (καταναλωτές), ένας διακόπτης και μια πηγή (μπαταρία). Όπως μπορούμε να δούμε, το ένα άκρο του ενός λαμπτήρα  $\Lambda_1$  (άκρο Β) είναι συνδεδεμένο με το άλλο άκρο του λαμπτήρα  $\Lambda_2$  (άκρο Β). Τα άλλα δύο άκρα των λαμπτήρων είναι συνδεδεμένα το καθένα από αυτά με τους πόλους της μπαταρίας (άκρα Α και Γ). Όταν κλείσουμε το διακόπτη, τα ελεύθερα ηλεκτρόνια που προϋπάρχουν κινούνται προσανατολισμένα μέσα στο κύκλωμα. Το ηλεκτρικό ρεύμα που διαρρέει το κύκλωμα ακολουθεί μόνο μία διαδρομή. Λέμε ότι στην περίπτωση αυτή οι λαμπτήρες είναι **συνδεδεμένοι σε σειρά**.



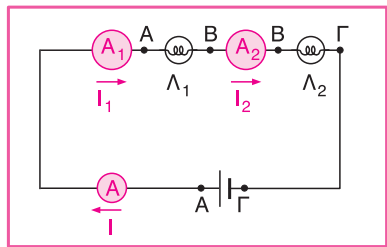
**11.2** Τι ισχύει για την ένταση του ρεύματος και την τάση σε ένα κύκλωμα σύνδεσης σε σειρά;

#### Α Π Α Ν Τ Η Σ Η

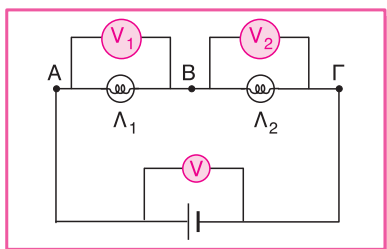
Στο κύκλωμα της επόμενης σελίδας απεικονίζεται ένα κύκλωμα σύνδεσης σε σειρά δύο λαμπτήρων στο οποίο έχουμε συνδέσει με κατάλληλο τρόπο διάφορα αμπερόμετρα, για να μετρήσουμε την ένταση του ρεύματος που διέρχεται από τους καταναλωτές και το κύκλωμα. Διαπιστώνουμε ότι η ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος σε οποιοδήποτε σημείο και αν τοποθετήσουμε τα αμπερόμετρα θα είναι ίδια. Δηλαδή:

$$I = I_1 = I_2$$

Η σχέση αυτή για τις εντάσεις των ρευμάτων είναι συνέπεια της **αρχής διατήρησης του φορτίου**. Πράγματι, τα ελεύθερα ηλεκτρόνια που προϋπάρχουν στο κύκλωμα κινούνται χωρίς να συσσωρεύονται στα διάφορα σημεία του κυκλώματος. Ταυτόχρονα δεν καταστρέφονται, αλλά ούτε και παράγονται νέα ηλεκτρόνια. Έτσι, σε ορισμένο χρονικό διάστημα ο αριθμός των ελεύθερων ηλεκτρονίων που διέρχονται από μια διατομή των αγωγών του κυκλώματος είναι ο ίδιος, οπότε και η ένταση του ρεύματος θα είναι ίδια.



Αν θελήσουμε να μετρήσουμε την τάση στα άκρα των λαμπτήρων αλλά και στα άκρα του κυκλώματος, θα χρησιμοποιήσουμε βολτόμετρα, τα οποία θα τα συνδέσουμε στις κατάλληλες θέσεις και με κατάλληλο τρόπο, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.



Διαπιστώνουμε ότι η τάση  $V_{ΑΓ}$  στα άκρα του κυκλώματος ισούται με το άθροισμα των τάσεων  $V_{ΑΒ}$  και  $V_{ΒΓ}$  που επικρατούν στα άκρα των δύο λαμπτήρων. Δηλαδή:

$$V_{ΑΓ} = V_{ΑΒ} + V_{ΒΓ}$$

Η σχέση αυτή είναι συνέπεια της **αρχής διατήρησης της ενέργειας**.

Πράγματι, όπως μάθαμε σε προηγούμενη ενότητα, η διαφορά δυναμικού μεταξύ δύο σημείων εκφράζει τη μεταβολή της ηλεκτρικής ενέργειας ενός φορτίου  $q$  που κινείται μεταξύ των δύο αυτών σημείων. Η συνολική λοιπόν μεταβολή της ηλεκτρικής ενέργειας των ηλεκτρονίων κατά την κίνησή τους από το  $\Gamma$  στο  $A$  είναι ίση με το άθροισμα των μεταβολών των ενεργειών τους κατά τη διέλευσή τους από το  $\Gamma$  προς το  $B$  και από το  $B$  προς το  $A$ . Δηλαδή:

$$\Delta E_{\Gamma A} = \Delta E_{\Gamma B} + \Delta E_{B A}$$

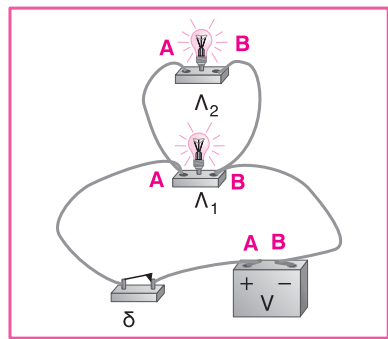
### ⚠ Παράτηση

Το μειονέκτημα της σύνδεσης δύο ή περισσότερων καταναλωτών σε ένα κύκλωμα σε σειρά είναι ότι, αν κάποιος από τους καταναλωτές σταματήσει για οποιονδήποτε λόγο να λειτουργεί (π.χ. όταν ένας λαμπτήρας «καίγεται»), τότε και οι υπόλοιποι καταναλωτές σταματούν να δουλεύουν. Χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι ορισμένα χριστουγεννιάτικα λαμπάκια τα οποία, λόγω της σύνδεσής τους σε σειρά, σταματούν να ανάβουν, αν κάποιο από αυτά «καεί».

## 11.3 Τι γνωρίζετε για το κύκλωμα παράλληλης σύνδεσης;

## Α Π Α Ν Τ Η Σ Η

Ας θεωρήσουμε το κύκλωμα του διπλανού σχήματος. Σε αυτό υπάρχουν δύο λαμπτήρες (καταναλωτές), ένας διακόπτης και μια πηγή (μπαταρία). Όπως μπορούμε να δούμε, καθένας από τους δύο λαμπτήρες έχει το δικό του κλάδο σύνδεσης με τους πόλους της μπαταρίας. Όταν κλείσουμε το διακόπτη, τα ελεύθερα ηλεκτρόνια που προϋπάρχουν κινούνται προσανατολισμένα μέσα στο κύκλωμα. Σε σύγκριση όμως με το κύκλωμα σύνδεσης σε σειρά, τα ελεύθερα ηλεκτρόνια δεν ακολουθούν μόνο μία διαδρομή στο κύκλωμα, πράγμα που σημαίνει ότι από κάθε λαμπτήρα περνούν διαφορετικά ηλεκτρόνια. Λέμε ότι στην περίπτωση αυτή οι λαμπτήρες είναι **συνδεδεμένοι παράλληλα**.



### 11.4 Τι ισχύει για την ένταση του ρεύματος και την τάση σε ένα κύκλωμα παράλληλης σύνδεσης καταναλωτών;

## Α Π Α Ν Τ Η Σ Η

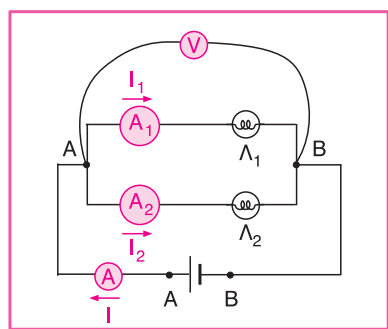
Στο διπλανό κύκλωμα απεικονίζεται ένα κύκλωμα παράλληλης σύνδεσης δύο λαμπτήρων στο οποίο έχουμε συνδέσει με κατάλληλο τρόπο διάφορα αμπερόμετρα καθώς και βολτόμετρο, για να μετρήσουμε την ένταση του ρεύματος που διέρχεται από τους καταναλωτές και το κύκλωμα αλλά και την τάση στα άκρα των λαμπτήρων και της πηγής. Διαπιστώνουμε ότι η ένταση  $I$  του ηλεκτρικού ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα είναι ίση με το άθροισμα των εντάσεων  $I_1$  και  $I_2$  των ρευμάτων που διέρχονται από τους δύο λαμπτήρες. Δηλαδή:

$$I = I_1 + I_2$$

Η σχέση αυτή για τις εντάσεις των ρευμάτων είναι συνέπεια και πάλι **της αρχής διατήρησης του φορτίου**. Πράγματι, τα ελεύθερα ηλεκτρόνια που προϋπάρχουν στο κύκλωμα κινούνται χωρίς να συσσωρεύονται στα διάφορα σημεία του κυκλώματος. Όσα ηλεκτρόνια φτάνουν σε ορισμένο χρόνο στο σημείο A του κυκλώματος, τόσα θα φεύγουν στον ίδιο χρόνο (προς διαφορετικές διαδρομές), χωρίς στο σημείο A να παράγονται ή να καταστρέφονται ηλεκτρόνια.

Μετρώντας στη συνέχεια με το βολτόμετρο την τάση στα άκρα των λαμπτήρων αλλά και την τάση στα άκρα του κυκλώματος, θα διαπιστώσουμε ότι θα έχουν τις ίδιες τιμές. Δηλαδή:

$$V = V_1 = V_2$$



**11.5** Τι γνωρίζετε για τη σύνδεση των αντιστάτων και τι για τον ισοδύναμο αντιστάτη;

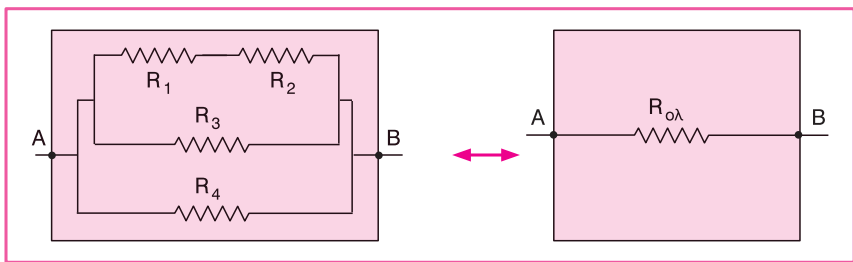
Για να μπορέσουμε να ρυθμίσουμε την ένταση του ρεύματος που διαρρέει ένα κύκλωμα, καθώς και την τάση που υπάρχει στα άκρα μιας συσκευής, συνδέουμε τους αντιστάτες με τέτοιο τρόπο, ώστε να επιτυγχάνουμε τις κατάλληλες τιμές αντιστάσεων.

Το πρόβλημα όμως είναι ότι οι αντιστάτες που υπάρχουν στο εμπόριο έχουν συγκεκριμένες τιμές αντίστασης. Για να μπορέσουμε λοιπόν κάθε φορά να επιτύχουμε και να χρησιμοποιήσουμε την κατάλληλη τιμή της αντίστασης που μας ενδιαφέρει, συνδέουμε με κατάλληλο τρόπο τους αντιστάτες που διαθέτει το εμπόριο. Αν θέλουμε να αυξήσουμε την αντίσταση σε ένα τμήμα του κυκλώματος, συνδέουμε τους αντιστάτες σε σειρά, ενώ αν θέλουμε να τη μειώσουμε, συνδέουμε τους αντιστάτες παράλληλα.

**Σύστημα αντιστάτων (ή συνδεσμολογία)** ονομάζεται ένα σύνολο αντιστάτων που συνδέονται μεταξύ τους με οποιονδήποτε τρόπο.

Στα άκρα A και B ενός συστήματος αντιστάτων εφαρμόζουμε μια διαφορά δυναμικού  $V$ , οπότε συνολικά το σύστημα διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα έντασης  $I$ .

Αν αντικαταστήσουμε το σύστημα των αντιστάτων με ένα μόνο αντιστάτη  $R_{ολ}$  πετυχαίνοντας να πάρουμε την ίδια τιμή έντασης ρεύματος  $I$ , όταν του εφαρμόσουμε στα άκρα του διαφορά δυναμικού  $V$ , τότε ο αντιστάτης που αντικατέστησε «ισοδύναμο» το σύστημα των αντιστάτων ονομάζεται **ισοδύναμος αντιστάτης**.

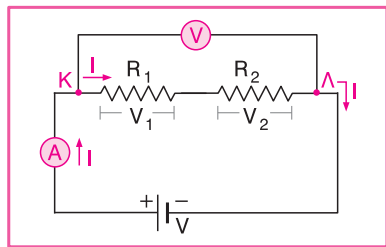


**11.6** Να σχεδιάσετε ένα κύκλωμα στο οποίο δύο αντιστάτες είναι συνδεδεμένοι σε σειρά. Ποια είναι τα χαρακτηριστικά της σύνδεσης σε σειρά δύο ή περισσότερων αντιστάτων;

**Α Π Α Ν Τ Η Σ Η**

Η σύνδεση δύο αντιστάτων με αντιστάσεις  $R_1$  και  $R_2$  σε σειρά φαίνεται στο κύκλωμα του σχήματος της επόμενης σελίδας. Στα άκρα K και Λ των δύο αντιστάτων συνδέουμε μια πηγή τάσης  $V$ . Στα άκρα του αντιστάτη αντίστασης  $R_1$  επικρατεί τάση  $V_1$  και στα άκρα του αντιστάτη αντίστασης  $R_2$  επικρατεί τάση  $V_2$ .

Με τη βοήθεια ενός αμπερόμετρου διαπιστώνουμε ότι το ρεύμα που παρέχει η πηγή στο κύκλωμα διαρρέει τόσο τον αντιστάτη αντίστασης  $R_1$  όσο και τον αντιστάτη αντίστασης  $R_2$ , οπότε κατά τη διέλευσή του θα εμποδίζεται και από τους δύο αντιστάτες.



Δύο αντιστάτες είναι **συνδεδεμένοι σε σειρά**, όταν διαρρέονται από το ίδιο ρεύμα.

Αντίστοιχα, με τη βοήθεια βολτόμετρων διαπιστώνουμε ότι το άθροισμα των τάσεων στα άκρα των δύο αντιστατών είναι ίσο με την τάση της πηγής. Δηλαδή:

$$V = V_1 + V_2$$

### ⚠ Παρατήρηση

Όταν δύο αντιστάτες είναι συνδεδεμένοι σε σειρά, το ρεύμα ακολουθεί μία και μοναδική διαδρομή στο αντίστοιχο ηλεκτρικό κύκλωμα.

## 11.7 Ποια σχέση μάς δίνει την ισοδύναμη αντίσταση δύο ή περισσότερων αντιστατών σε σειρά;

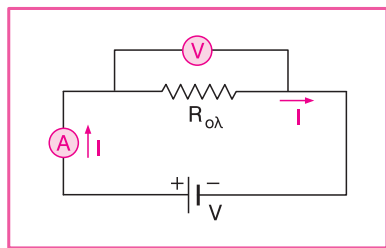
### Α Π Α Ν Τ Η Σ Η

Ξεκινώντας από τη σχέση:

$$V = V_1 + V_2$$

και εφαρμόζοντας το νόμο του  $\Omega\mu$  για κάθε αντίσταση, καθώς και για την ισοδύναμη αντίσταση  $R_{o\lambda}$  που προκύπτει αν αντικαταστήσουμε τις δύο αντιστάσεις, προκύπτει:

$$I \cdot R_{o\lambda} = I \cdot R_1 + I \cdot R_2 \Rightarrow R_{o\lambda} = R_1 + R_2$$



Όταν λοιπόν δύο αντιστάτες είναι συνδεδεμένοι σε σειρά, η συνολική τους αντίσταση ( $R_{o\lambda}$ ) αυξάνεται και είναι ίση με το άθροισμα των αντιστάσεων των δύο αντιστατών. Δηλαδή:

$$R_{o\lambda} = R_1 + R_2$$

Αυτό συμβαίνει γιατί η σύνδεση των αντιστατών σε σειρά ισοδυναμεί με αύξηση του μήκους του σύρματος και, όπως ήδη έχουμε μάθει, αύξηση του μήκους του σύρματος οδηγεί σε αύξηση της αντίστασης.

### ⚠ Παρατηρήσεις

1. Η ισοδύναμη αντίσταση δεν αλλάζει τίποτα στο ρεύμα που διαρρέει το κύκλωμα. Δηλαδή η τιμή της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το αρχικό κύκλωμα θα είναι ίδια με την τιμή της έντασης του ρεύματος  $I_{ολ}$  που διαρρέει το ισοδύναμο κύκλωμα. Επομένως:

$$I_1 = I_2 = I_{ολ}$$

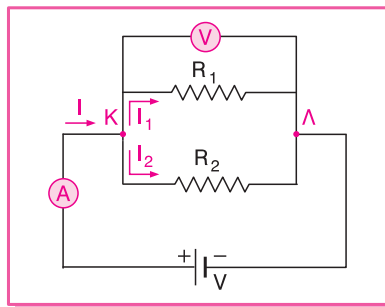
2. Αν περισσότεροι από δύο αντιστάτες είναι συνδεδεμένοι σε σειρά, η ισοδύναμη τους αντίσταση θα είναι:

$$R_{ολ} = R_1 + R_2 + \dots + R_n$$

**11.8** Να σχεδιάσετε ένα κύκλωμα στο οποίο δύο αντιστάτες είναι συνδεδεμένοι παράλληλα. Ποια είναι τα χαρακτηριστικά της παράλληλης σύνδεσης δύο ή περισσότερων αντιστατών;

### Α Π Α Ν Τ Η Σ Η

Η παράλληλη σύνδεση δύο αντιστατών με αντιστάσεις  $R_1$  και  $R_2$  φαίνεται στο κύκλωμα του διπλανού σχήματος. Στα άκρα  $K$  και  $\Lambda$  των δύο αντιστατών συνδέουμε μια πηγή τάσης  $V$ . Στα άκρα του αντιστάτη αντίστασης  $R_1$  επικρατεί τάση  $V_1$  και στα άκρα του αντιστάτη αντίστασης  $R_2$  επικρατεί τάση  $V_2$ . Με τη βοήθεια ενός βολτόμετρου μπορούμε να διαπιστώσουμε ότι η τάση στα άκρα κάθε αντιστάτη είναι ίδια με την τάση της πηγής.



Δύο αντιστάτες είναι **συνδεδεμένοι παράλληλα**, όταν στα άκρα τους επικρατεί η ίδια τάση.

Αντίστοιχα, με τη βοήθεια αμπερόμετρων διαπιστώνουμε ότι το άθροισμα των ρευμάτων που διαρρέουν τους δύο αντιστάτες είναι ίσο με την ένταση του ρεύματος που διαρρέει συνολικά το κύκλωμα. Δηλαδή:

$$I = I_1 + I_2$$

### ⚠ Παρατηρήσεις

1. Όταν δύο ή περισσότεροι αντιστάτες είναι συνδεδεμένοι παράλληλα, το ρεύμα ακολουθεί δύο (ή περισσότερες) διαδρομές στο αντίστοιχο ηλεκτρικό κύκλωμα.
2. Το σημείο  $K$ , όπως και κάθε άλλο σημείο ενός ηλεκτρικού κυκλώματος όπου το ρεύμα διακλαδίζεται σε επιμέρους ρεύματα, ονομάζεται **κόμβος**.

**11.9** Ποια σχέση μάς δίνει τη συνολική αντίσταση δύο ή περισσότερων αντιστάσεων οι οποίοι είναι συνδεδεμένοι παράλληλα;

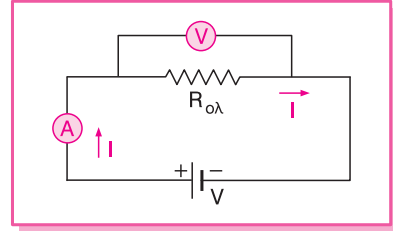
**Α Π Α Ν Τ Η Σ Η**

Ξεκινώντας από τη σχέση:

$$I = I_1 + I_2$$

και εφαρμόζοντας το νόμο του Ωμ για κάθε αντίσταση, καθώς και για την ισοδύναμη αντίσταση  $R_{ολ}$  που προκύπτει αν αντικαταστήσουμε τις δύο αντιστάσεις, προκύπτει:

$$\frac{V}{R_{ολ}} = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} \Rightarrow \frac{1}{R_{ολ}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$



Όταν δύο αντιστάτες είναι συνδεδεμένοι παράλληλα, η συνολική τους αντίσταση ( $R_{ολ}$ ) μειώνεται σε σχέση με τη μικρότερη τιμή αντίστασης που εμφανίζει ο ένας αντιστάτης. Ισχύει:

$$\frac{1}{R_{ολ}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

Αυτό συμβαίνει γιατί η παράλληλη σύνδεση των αντιστατών ισοδυναμεί με αύξηση του εμβαδού διατομής του σύρματος και, όπως ήδη μάθαμε στην προηγούμενη ενότητα, αύξηση του εμβαδού διατομής του σύρματος οδηγεί σε ελάττωση της αντίστασης.

**⚠ Παρατηρήσεις**

1. Η ισοδύναμη αντίσταση δεν αλλάζει τίποτα στην τάση που επικρατεί στα άκρα κάθε αντιστάτη. Δηλαδή η τιμή της τάσης που επικρατεί στα άκρα κάθε αντιστάτη στο αρχικό κύκλωμα θα είναι ίδια με την τιμή της τάσης  $V$  που επικρατεί στα άκρα του ισοδύναμου αντιστάτη. Επομένως:

$$V_1 = V_2 = V$$

2. Αν περισσότεροι από δύο αντιστάτες είναι συνδεδεμένοι παράλληλα, η ισοδύναμη τους αντίσταση θα είναι:

$$\frac{1}{R_{ολ}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}$$

3. Όταν σε ένα κύκλωμα υπάρχουν μόνο δύο αντιστάτες οι οποίοι είναι συνδεδεμένοι παράλληλα, η ισοδύναμή τους αντίσταση θα είναι ίση με  $R_{ολ} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$ .

Πράγματι:

$$\frac{1}{R_{ολ}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow \frac{1}{R_{ολ}} = \frac{R_2}{R_1 \cdot R_2} + \frac{R_1}{R_1 \cdot R_2} \Rightarrow \frac{1}{R_{ολ}} = \frac{R_2 + R_1}{R_1 \cdot R_2} \Rightarrow R_{ολ} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_2 + R_1}$$

**11.10** Ποια συνδεσμολογία χρησιμοποιείται στα διάφορα ηλεκτρικά κυκλώματα; Να αναφέρετε για ποιο λόγο συμβαίνει αυτό.

### Α Π Α Ν Τ Η Σ Η

Στα περισσότερα ηλεκτρικά κυκλώματα, όπως και στην ηλεκτρική εγκατάσταση στο σπίτι μας, οι συσκευές συνδέονται παράλληλα. Οι σημαντικότεροι λόγοι που μας εξυπηρετούν σε μια τέτοια συνδεσμολογία είναι:

1. Αφού όλες οι συσκευές είναι συνδεδεμένες παράλληλα, λειτουργούν με την ίδια τάση (στο σπίτι μας  $V = 220\text{ V}$ ).
2. Στην παράλληλη σύνδεση κάθε συσκευή λειτουργεί ανεξάρτητα από τις υπόλοιπες. Έτσι, ακόμη και αν μια συσκευή καεί, οι υπόλοιπες θα εξακολουθούν να λειτουργούν.

**11.11** Να συνοψίσετε σε έναν πίνακα τα συμπεράσματα που προκύπτουν από τη συνδεσμολογία δύο αντιστάτων σε σειρά ή παράλληλα.

### Α Π Α Ν Τ Η Σ Η

Χαρακτηριστικά	Σύνδεση σε σειρά	Παράλληλη σύνδεση
Ισοδύναμη αντίσταση $R_{ολ}$	$R_{ολ} = R_1 + R_2$	$\frac{1}{R_{ολ}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$
Ένταση ρεύματος	$I_1 = I_2 = I_{ολ}$	$I = I_1 + I_2$
Τάση	$V = V_1 + V_2$	$V_1 = V_2 = V$

## ΛΥΜΕΝΕΣ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

**11.12** **1η ΕΦΑΡΜΟΓΗ** Σκοπός: Μελέτη κυκλώματος όπου οι αντιστάτες είναι συνδεδεμένοι σε σειρά.

Δύο αντιστάτες με αντιστάσεις  $R_1 = 2\ \Omega$  και  $R_2 = 8\ \Omega$  συνδέονται σε σειρά και στις άκρες του συστήματος εφαρμόζεται τάση  $V = 40\text{ V}$ . Να βρείτε:

- α. Την ισοδύναμη αντίσταση του κυκλώματος.
- β. Την ένταση του ρεύματος που διαρρέει κάθε αντιστάτη.
- γ. Την τάση στα άκρα κάθε αντιστάτη.



## Λ Υ Σ Η

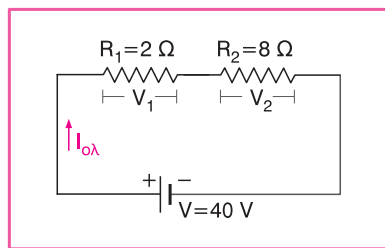
**Θυμηθείτε:** Όταν δύο αντιστάτες συνδέονται σε σειρά, για την ισοδύναμή τους αντίσταση ισχύει  $R_{ολ} = R_1 + R_2$ . Επίσης, οι αντιστάτες διαρρέονται από το ίδιο ρεύμα, δηλαδή  $I_{ολ} = I_1 = I_2$ . Μην ξεχνάτε να χρησιμοποιήσετε το νόμο του Ωμ ( $I = \frac{V}{R}$ ).

- α. Η ισοδύναμη αντίσταση του κυκλώματος είναι:

$$R_{ολ} = R_1 + R_2 = 2 \Omega + 8 \Omega \Rightarrow R_{ολ} = 10 \Omega$$

- β. Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα υπολογίζεται από το νόμο του Ωμ. Είναι:

$$I_{ολ} = \frac{V}{R_{ολ}} \Rightarrow I_{ολ} = \frac{40 \text{ V}}{10 \Omega} \Rightarrow I = 4 \text{ A}$$



Επειδή οι αντιστάτες είναι συνδεδεμένοι σε σειρά, διαρρέονται από το ίδιο ρεύμα, οπότε:

$$I_{ολ} = I_1 = I_2 = 4 \text{ A}$$

- γ. Η τάση στα άκρα κάθε αντιστάτη θα προκύψει από το νόμο του Ωμ. Είναι:

$$I_1 = \frac{V_1}{R_1} \Rightarrow V_1 = I_1 \cdot R_1 \Rightarrow V_1 = (4 \text{ A}) \cdot (2 \Omega) \Rightarrow V_1 = 8 \text{ V}$$

$$I_2 = \frac{V_2}{R_2} \Rightarrow V_2 = I_2 \cdot R_2 \Rightarrow V_2 = (4 \text{ A}) \cdot (8 \Omega) \Rightarrow V_2 = 32 \text{ V}$$

11.13

2η

ΕΦΑΡΜΟΓΗ

**Σκοπός:** Μελέτη κυκλώματος όπου οι αντιστάτες είναι συνδεδεμένοι παράλληλα.

Δύο αντιστάτες με αντιστάσεις  $R_1 = 3 \Omega$  και  $R_2 = 6 \Omega$  συνδέονται παράλληλα και στις άκρες του συστήματος εφαρμόζεται τάση  $V = 12 \text{ V}$ . Να βρείτε:

- Την ισοδύναμη αντίσταση του κυκλώματος.
- Την τάση στα άκρα κάθε αντιστάτη.
- Την ένταση του ρεύματος που διαρρέει κάθε αντιστάτη.

## Λ Υ Σ Η

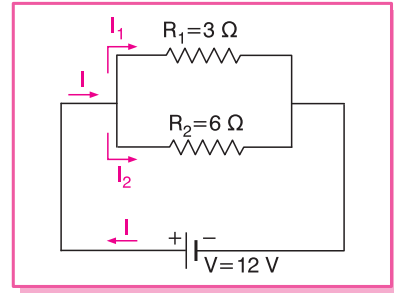
**Θυμηθείτε:** Όταν δύο αντιστάτες συνδέονται παράλληλα, για την ισοδύναμή τους αντίσταση ισχύει  $\frac{1}{R_{ολ}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$  ή  $R_{ολ} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$ . Επίσης, στα άκρα κάθε αντιστάτη επικρατεί η ίδια τάση, δηλαδή  $V_{ολ} = V_1 = V_2$ . Μην ξεχνάτε να χρησιμοποιήσετε το νόμο του Ωμ ( $I = \frac{V}{R}$ ).

- α. Η ισοδύναμη αντίσταση του κυκλώματος είναι:

$$R_{ολ} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{3 \Omega \cdot 6 \Omega}{3 \Omega + 6 \Omega} \Rightarrow R_{ολ} = 2 \Omega$$

- β. Επειδή οι δύο αντιστάτες είναι συνδεδεμένοι παράλληλα, η τάση στα άκρα κάθε αντιστάτη είναι ίση με 12 V. Άρα:  $V_1 = V_2 = 12 \text{ V}$ .
- γ. Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει κάθε αντιστάτη υπολογίζεται από το νόμο του Ωμ. Είναι:

$$I_1 = \frac{V_1}{R_1} \Rightarrow I_1 = \frac{12 \text{ V}}{3 \Omega} \Rightarrow I_1 = 4 \text{ A} \quad \text{και} \quad I_2 = \frac{V_2}{R_2} \Rightarrow I_2 = \frac{12 \text{ V}}{6 \Omega} \Rightarrow I_2 = 2 \text{ A}$$



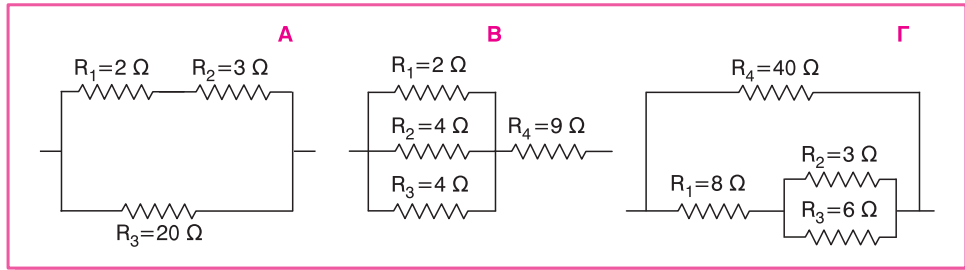
11.14

3η

ΕΦΑΡΜΟΓΗ

**Σκοπός:** Υπολογισμός ισοδύναμης αντίστασης σε σύνθετο κύκλωμα.

Να υπολογίσετε την ισοδύναμη αντίσταση για καθεμία από τις παρακάτω συνδεσμολογίες.



## Λ Υ Σ Η

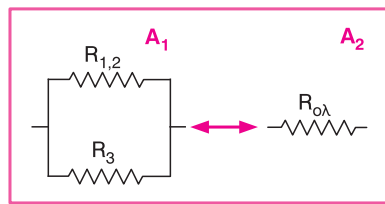
**Μεθοδολογία:** Όταν θέλουμε να υπολογίσουμε την ισοδύναμη αντίσταση σε ένα σύνθετο κύκλωμα, ακολουθούμε τα εξής βήματα:

1. Βρίσκουμε ποιοι από τους αντιστάτες είναι συνδεδεμένοι με κάποιον από τους γνωστούς τρόπους (σε σειρά ή παράλληλα).
2. Αντικαθιστούμε τους αντιστάτες αυτούς με τον ισοδύναμό τους αντιστάτη, φτιάχνοντας ταυτόχρονα ένα νέο σχήμα όπου στη θέση τους τοποθετούμε τον ισοδύναμό τους αντιστάτη (ισοδύναμο κύκλωμα).
3. Ακολουθούμε την ίδια διαδικασία, φτιάχνουμε δηλαδή ισοδύναμα κυκλώματα, μέχρι να καταλήξουμε σε σχήμα που να περιλαμβάνει ένα μόνο ισοδύναμο αντιστάτη και την πηγή.
4. Εφαρμόζουμε τις γνωστές σχέσεις υπολογισμού της αντίστασης για κάθε σχήμα διαδοχικά, μέχρι να υπολογίσουμε τελικά την ισοδύναμη αντίσταση του κυκλώματος.

### Συνδεσμολογία A:

Τα διαδοχικά ισοδύναμα κυκλώματα της συνδεσμολογίας προκύπτουν ως εξής:

Οι αντιστάτες  $R_1$  και  $R_2$  είναι συνδεδεμένοι σε σειρά. Αντικαθιστώντας τους αντιστάτες αυτούς με τον ισοδύναμό τους  $R_{1,2}$ , προκύπτει το ισοδύναμο κύκλωμα  $A_1$ .



Οι αντιστάτες  $R_{1,2}$  και  $R_3$  είναι συνδεδεμένοι παράλληλα. Αντικαθιστώντας τους αντιστάτες αυτούς με τον ισοδύναμό τους  $R_{ολ}$ , προκύπτει το ισοδύναμο κύκλωμα  $A_2$ .

Η ισοδύναμη αντίσταση του κυκλώματος προκύπτει ως εξής:

Επειδή οι αντιστάτες  $R_1$  και  $R_2$  είναι συνδεδεμένοι σε σειρά, ισχύει:

$$R_{1,2} = R_1 + R_2 = 2 \Omega + 3 \Omega = 5 \Omega$$

Επειδή οι αντιστάτες  $R_{1,2}$  και  $R_3$  είναι συνδεδεμένοι παράλληλα, ισχύει:

$$\frac{1}{R_{ολ}} = \frac{1}{R_{1,2}} + \frac{1}{R_3} \Rightarrow \frac{1}{R_{ολ}} = \frac{1}{5} + \frac{1}{20} \Rightarrow \frac{1}{R_{ολ}} = \frac{4}{20} + \frac{1}{20} \Rightarrow \frac{1}{R_{ολ}} = \frac{5}{20} \Rightarrow 5R_{ολ} = 20 \Omega \Rightarrow$$

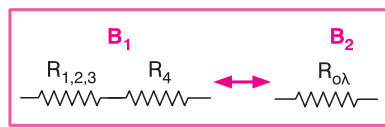
$$\Rightarrow R_{ολ} = \frac{20}{5} \Omega \Rightarrow R_{ολ} = 4 \Omega$$

Επομένως η ισοδύναμη αντίσταση της συνδεσμολογίας A είναι  $R_{ολ} = 4 \Omega$ .

### Συνδεσμολογία B:

Τα διαδοχικά ισοδύναμα κυκλώματα της συνδεσμολογίας προκύπτουν ως εξής:

Οι αντιστάτες  $R_1$ ,  $R_2$  και  $R_3$  είναι συνδεδεμένοι παράλληλα. Αντικαθιστώντας τους αντιστάτες αυτούς με τον ισοδύναμό τους  $R_{1,2,3}$ , προκύπτει το ισοδύναμο κύκλωμα  $B_1$ .



Οι αντιστάτες  $R_{1,2,3}$  και  $R_4$  είναι συνδεδεμένοι σε σειρά. Αντικαθιστώντας τους αντιστάτες αυτούς με τον ισοδύναμό τους  $R_{ολ}$ , προκύπτει το ισοδύναμο κύκλωμα  $B_2$ .

Η ισοδύναμη αντίσταση του κυκλώματος προκύπτει ως εξής:

Επειδή οι αντιστάτες  $R_1$ ,  $R_2$  και  $R_3$  είναι συνδεδεμένοι παράλληλα, ισχύει:

$$\frac{1}{R_{1,2,3}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \Rightarrow \frac{1}{R_{1,2,3}} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1}{R_{1,2,3}} = \frac{4}{4} \Rightarrow \frac{1}{R_{1,2,3}} = 1 \Omega \Rightarrow R_{1,2,3} = 1 \Omega$$

Επειδή οι αντιστάτες  $R_{1,2,3}$  και  $R_4$  είναι συνδεδεμένοι σε σειρά, ισχύει:

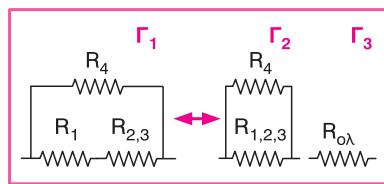
$$R_{ολ} = R_{1,2,3} + R_4 = 1 \Omega + 9 \Omega \Rightarrow R_{ολ} = 10 \Omega$$

Επομένως η ισοδύναμη αντίσταση της συνδεσμολογίας B είναι  $R_{ολ} = 10 \Omega$ .

### Συνδεσμολογία Γ:

Τα διαδοχικά ισοδύναμα κυκλώματα της συνδεσμολογίας προκύπτουν ως εξής:

Οι αντιστάτες  $R_2$  και  $R_3$  είναι συνδεδεμένοι παράλληλα. Αντικαθιστώντας τους αντιστάτες αυτούς με τον ισοδύναμό τους  $R_{2,3}$ , προκύπτει το ισοδύναμο κύκλωμα  $\Gamma_1$ .



Οι αντιστάτες  $R_{2,3}$  και  $R_1$  είναι συνδεδεμένοι σε σειρά. Αντικαθιστώντας τους αντιστάτες αυτούς με τον ισοδύναμό τους  $R_{1,2,3}$ , προκύπτει το ισοδύναμο κύκλωμα  $\Gamma_2$ .

Οι αντιστάτες  $R_{1,2,3}$  και  $R_4$  είναι συνδεδεμένοι παράλληλα. Αντικαθιστώντας τους αντιστάτες αυτούς με τον ισοδύναμό τους  $R_{0\lambda}$ , προκύπτει το ισοδύναμο κύκλωμα  $\Gamma_3$ .

Η ισοδύναμη αντίσταση του κυκλώματος προκύπτει ως εξής:

Επειδή οι αντιστάτες  $R_2$  και  $R_3$  είναι συνδεδεμένοι παράλληλα, ισχύει:

$$\frac{1}{R_{2,3}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \Rightarrow \frac{1}{R_{2,3}} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{1}{R_{2,3}} = \frac{3}{6} \Rightarrow 3R_{2,3} = 6 \Omega \Rightarrow R_{2,3} = 2 \Omega$$

Επειδή οι αντιστάτες  $R_{2,3}$  και  $R_1$  είναι συνδεδεμένοι σε σειρά, ισχύει:

$$R_{1,2,3} = R_{2,3} + R_1 = 2 \Omega + 8 \Omega = 10 \Omega$$

Επειδή οι αντιστάτες  $R_{1,2,3}$  και  $R_4$  είναι συνδεδεμένοι παράλληλα, ισχύει:

$$\frac{1}{R_{0\lambda}} = \frac{1}{R_{1,2,3}} + \frac{1}{R_4} \Rightarrow \frac{1}{R_{0\lambda}} = \frac{1}{10} + \frac{1}{40} \Rightarrow \frac{1}{R_{0\lambda}} = \frac{5}{40} \Rightarrow 5R_{0\lambda} = 40 \Omega \Rightarrow R_{0\lambda} = 8 \Omega$$

Επομένως η ισοδύναμη αντίσταση της συνδεσμολογίας Γ είναι  $R_{0\lambda} = 8 \Omega$ .

11.15

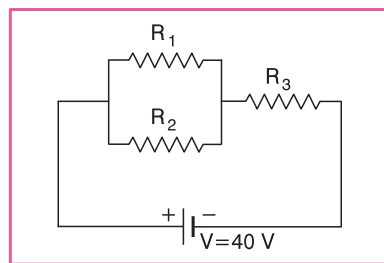
4η

ΕΦΑΡΜΟΓΗ

Σκοπός: Μελέτη κυκλώματος όπου υπάρχουν αντιστάτες συνδεδεμένοι σε σειρά και παράλληλα.

Για το κύκλωμα του σχήματος δίνονται:  $R_1 = 4 \Omega$ ,  $R_2 = 12 \Omega$  και  $R_3 = 2 \Omega$ . Αν η τάση στα άκρα του κυκλώματος είναι  $V = 40 \text{ V}$ , να υπολογίσετε:

- Την ολική αντίσταση του κυκλώματος.
- Την ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα.
- Την ένταση του ρεύματος που διαρρέει κάθε αντιστάτη, καθώς και την τάση στα άκρα του καθενός.

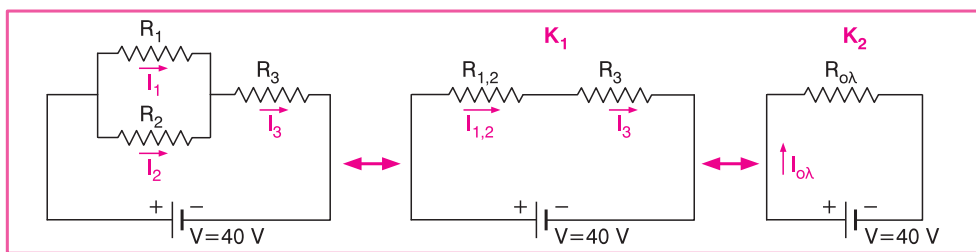


## ΛΥΣΗ

**Μεθοδολογία:** Όταν σε κύκλωμα υπάρχουν αντιστάτες που δεν είναι συνδεδεμένοι όλοι με τον ίδιο τρόπο (σε σειρά ή παράλληλα), για την επίλυση της άσκησης ακολουθούμε τα εξής βήματα:

1. Βρίσκουμε την ισοδύναμη αντίσταση του κυκλώματος εφαρμόζοντας τη μεθοδολογία της προηγούμενης άσκησης (κατασκευή ισοδύναμων κυκλωμάτων).
2. Εφαρμόζοντας το νόμο του Ωμ στο τελικό μας σχήμα, υπολογίζουμε την ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα.
3. Δουλεύοντας αντίστροφα (από το τελικό ισοδύναμο κύκλωμα στο αρχικό) και χρησιμοποιώντας τις σχέσεις που ισχύουν σε κάθε συνδεσμολογία, καθώς και το νόμο του Ωμ, υπολογίζουμε όλα τα ζητούμενα.

- α. Τα διαδοχικά ισοδύναμα κυκλώματα της συνδεσμολογίας προκύπτουν ως εξής: Οι αντιστάτες  $R_1$  και  $R_2$  είναι συνδεδεμένοι παράλληλα. Αντικαθιστώντας τους αντιστάτες αυτούς με τον ισοδύναμό τους  $R_{1,2}$ , προκύπτει το ισοδύναμο κύκλωμα  $K_1$ .



Οι αντιστάτες  $R_{1,2}$  και  $R_3$  είναι συνδεδεμένοι σε σειρά. Αντικαθιστώντας τους αντιστάτες αυτούς με τον ισοδύναμό τους  $R_{ολ}$ , προκύπτει το ισοδύναμο κύκλωμα  $K_2$ .

Η ισοδύναμη αντίσταση του κυκλώματος προκύπτει ως εξής:

Επειδή οι αντιστάτες  $R_1$  και  $R_2$  είναι συνδεδεμένοι παράλληλα, ισχύει:

$$\frac{1}{R_{1,2}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow \frac{1}{R_{1,2}} = \frac{1}{4} + \frac{1}{12} \Rightarrow \frac{1}{R_{1,2}} = \frac{4}{12} \Rightarrow 4R_{1,2} = 12 \Omega \Rightarrow R_{1,2} = 3 \Omega$$

Επειδή οι αντιστάτες  $R_{1,2}$  και  $R_3$  είναι συνδεδεμένοι σε σειρά, ισχύει:

$$R_{ολ} = R_{1,2} + R_3 = 3 \Omega + 2 \Omega = 5 \Omega$$

Επομένως η ισοδύναμη αντίσταση του κυκλώματος είναι  $R_{ολ} = 5 \Omega$ .

6. Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα προκύπτει από το νόμο του Ωμ. Είναι:

$$I_{ολ} = \frac{V}{R_{ολ}} = \frac{40 \text{ V}}{5 \Omega} \Rightarrow I_{ολ} = 8 \text{ A}$$

- Για να βρούμε τα υπόλοιπα ζητούμενα του προβλήματος, δουλεύουμε αντίστροφα.
- γ. Επειδή οι αντιστάτες  $R_{1,2}$  και  $R_3$  είναι συνδεδεμένοι σε σειρά, θα διαρρέονται από το ίδιο ρεύμα. Άρα:

$$I_{1,2} = I_3 = I_{ολ} = 8 \text{ A}$$

Η τάση στα άκρα αυτών των αντιστατών είναι:

Αντιστάτης  $R_{1,2}$ :

$$I_{1,2} = \frac{V_{1,2}}{R_{1,2}} \Rightarrow V_{1,2} = I_{1,2} \cdot R_{1,2} = (8 \text{ A}) \cdot (3 \Omega) \Rightarrow V_{1,2} = 24 \text{ V}$$

Αντιστάτης  $R_3$ :

$$I_3 = \frac{V_3}{R_3} \Rightarrow V_3 = I_3 \cdot R_3 = (8 \text{ A}) \cdot (2 \Omega) \Rightarrow V_3 = 16 \text{ V}$$

Επειδή οι αντιστάτες  $R_1$  και  $R_2$  είναι συνδεδεμένοι παράλληλα, στα άκρα τους επικρατεί η ίδια τάση. Άρα:

$$V_1 = V_2 = V_{1,2} = 24 \text{ V}$$

Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει καθέναν από τους αντιστάτες αυτούς είναι:

Αντιστάτης  $R_1$ :

$$I_1 = \frac{V_1}{R_1} = \frac{24 \text{ V}}{4 \Omega} \Rightarrow I_1 = 6 \text{ A}$$

Αντιστάτης  $R_2$ :

$$I_2 = \frac{V_2}{R_2} = \frac{24 \text{ V}}{12 \Omega} \Rightarrow I_2 = 2 \text{ A}$$

Συνοψίζοντας έχουμε:

$$I_1 = 6 \text{ A}, \quad I_2 = 2 \text{ A}, \quad I_3 = 8 \text{ A}$$

$$V_1 = 24 \text{ V}, \quad V_2 = 24 \text{ V}, \quad V_3 = 16 \text{ V}$$

## ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΕΞΑΣΚΗΣΗΣ

**11.16** (ΜΙΑ ΓΡΗΓΟΡΗ ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ ΤΗΣ ΘΕΩΡΙΑΣ). Να συμπληρώσετε με τις κατάλληλες λέξεις τα κενά των παρακάτω προτάσεων.

- α. Όταν συνδέσουμε δύο αντιστάτες σε σειρά, η συνολική αντίσταση στο τμήμα αυτό του κυκλώματος . . . . .

- β. Όταν συνδέσουμε δύο αντιστάτες παράλληλα, η συνολική αντίσταση στο τμήμα αυτό του κυκλώματος . . . . .
- γ. Η συνολική αντίσταση δύο αντιστάσεων  $R_1$  και  $R_2$  που είναι συνδεδεμένοι σε σειρά δίνεται από τη σχέση . . . . .
- δ. Όταν δύο αντιστάτες είναι συνδεδεμένοι . . . . ., στα άκρα τους επικρατεί η ίδια τάση.

**11.17** Σε ένα κύκλωμα σύνδεσης δύο καταναλωτών σε σειρά ισχύει για τις τάσεις  $V_1$  και  $V_2$  στα άκρα των καταναλωτών, καθώς και για την τάση  $V$  της πηγής η σχέση  $V = V_1 + V_2$ . Αυτό είναι συνέπεια της αρχής διατήρησης:

- α. του ηλεκτρικού φορτίου
- β. της έντασης του ηλεκτρικού ρεύματος
- γ. της ενέργειας
- δ. της διαφοράς δυναμικού

**11.18** Σε ένα κύκλωμα παράλληλης σύνδεσης δύο καταναλωτών ισχύει για τις εντάσεις των ρευμάτων  $I_1$  και  $I_2$  που διαρρέουν τους καταναλωτές, καθώς και για την ένταση  $I$  του ρεύματος που διαρρέει την πηγή η σχέση  $I = I_1 + I_2$ . Αυτό είναι συνέπεια της αρχής διατήρησης:

- α. του ηλεκτρικού φορτίου
- β. της έντασης του ηλεκτρικού ρεύματος
- γ. της ενέργειας
- δ. της διαφοράς δυναμικού

**11.19** Ο λόγος για τον οποίο συνδέουμε δύο ή περισσότερους αντιστάτες είναι:

- α. για να λειτουργούν καλύτερα οι συσκευές του κυκλώματος
- β. γιατί είναι οικονομικότερος τρόπος
- γ. γιατί δεν υπάρχουν στο εμπόριο οι αντιστάτες που επιθυμούμε να χρησιμοποιήσουμε κάθε φορά
- δ. για να αυξήσουμε τη συνολική αντίσταση στο κύκλωμα

**11.20** Δύο αντιστάτες με αντιστάσεις  $R$  και  $3R$  είναι συνδεδεμένοι σε σειρά. Η ισοδύναμή τους αντίσταση είναι ίση με:

- α.  $R$
- β.  $2R$
- γ.  $3R$
- δ.  $4R$

**11.21** Τρεις αντιστάτες με αντιστάσεις  $R_1, R_2$  και  $R_3$  αντίστοιχα ( $R_1 > R_2 > R_3$ ) συνδέονται σε σειρά και τα άκρα του κυκλώματος συνδέονται με πηγή τάσης  $V$ . Τι από τα παρακάτω ισχύει;

- α. Στα άκρα κάθε αντιστάτη επικρατεί τάση  $V$ .
- β. Μεγαλύτερη τάση επικρατεί στα άκρα του αντιστάτη  $R_3$ .
- γ. Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αντιστάτη  $R_1$  είναι
$$I_1 = \frac{V}{R_1 + R_2 + R_3}.$$
- δ. Και οι τρεις αντιστάτες διαρρέονται από ρεύμα διαφορετικής έντασης.

**11.22** Δύο αντιστάτες με αντιστάσεις  $R$  και  $4R$  είναι συνδεδεμένοι παράλληλα. Η ισοδύναμή τους αντίσταση είναι ίση με:

- α.  $R$
- β.  $0,25R$
- γ.  $0,8R$
- δ.  $0,4R$

**11.23** Τρεις αντιστάτες με αντιστάσεις  $R_1, R_2$  και  $R_3$  αντίστοιχα ( $R_1 > R_2 > R_3$ ) συνδέονται παράλληλα και τα άκρα του κυκλώματος συνδέονται με πηγή τάσης  $V$ . Τι από τα παρακάτω ισχύει;

- α. Ο αντιστάτης  $R_3$  διαρρέεται από ρεύμα μεγαλύτερης έντασης.
- β. Όλοι οι αντιστάτες διαρρέονται από ρεύμα ίδιας έντασης.
- γ. Στα άκρα του αντιστάτη  $R_1$  επικρατεί η μεγαλύτερη τάση.
- δ. Ο αντιστάτης  $R_1$  διαρρέεται από ρεύμα μεγαλύτερης έντασης.

**11.24** Τρεις λάμπες που η καθεμία έχει αντίσταση  $R$  συνδέονται παράλληλα. Η ισοδύναμή τους αντίσταση είναι ίση με:

- α.  $3R$
- β.  $\frac{3}{R}$
- γ.  $\frac{R}{3}$
- δ.  $R$

**11.25** Τρεις όμοιες λάμπες  $L_1, L_2$  και  $L_3$  είναι συνδεδεμένες παράλληλα και στα άκρα της συνδεσμολογίας εφαρμόζεται τάση  $V$ . Αν «καεί» η λάμπα  $L_1$ , τότε:

- α. οι υπόλοιπες λάμπες ανάβουν κανονικά