ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1ο
ΟΡΙΖΟΝΤΙΑ ΒΟΛΗ

ΘΕΩΡΙΑ

1.1) Τι γνωρίζετε για την αρχή της ανεξαρτησίας των κινήσεων;

Σε πολλές περιπτώσεις ένα σώμα εκτελεί σύνθετη κίνηση, δηλαδή συμμετέχει σε περισσότερες από μία κινήσεις. Για παράδειγμα, ένας άνθρωπος που κινείται μέσα σε ένα κινούμενο τρένο κάνει σύνθετη κίνηση. Σύνθετη κίνηση κάνει επίσης ο τροχός ενός κινούμενου αυτοκινήτου, ο οποίος εκτελεί μεταφορική και στροφική κίνηση.

Για να περιγράψουμε σύνθετες κινήσεις, χρησιμοποιούμε την **αρχή ανεξαρτησίας** (ή **αρχή της επαλληλίας) των κινήσεων**, που διατυπώνεται ως εξής:

Όταν ένα κινητό εκτελεί ταυτόχρονα δύο ή περισσότερες κινήσεις, καθεμία από αυτές εκτελείται εντελώς ανεξάρτητα από τις υπόλοιπες και η θέση στην οποία φτάνει το κινητό μετά από χρόνο t είναι η ίδια, είτε οι κινήσεις εκτελούνται ταυτόχρονα είτε εκτελούνται διαδοχικά σε χρόνο t η καθεμία.

Η Σελήνη εκτελεί σύνθετη κίνηση, κινούμενη γύρω από τη Γη και γύρω από τον άξονά της.

Για να υπολογίσουμε την ταχύτητα και τη μετατόπιση του κινητού μετά από χρόνο t, βρίσκουμε το διανυσματικό άθροισμα των ταχυτήτων ή των μετατοπίσεων αντίστοιχα που θα είχε το κινητό, εάν εκτελούσε καθεμία κίνηση ανεξάρτητα για χρόνο t. Δηλαδή:

$$\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_1 + \vec{\upsilon}_2 \qquad \text{και} \qquad \vec{x} = \vec{x}_1 + \vec{x}_2$$

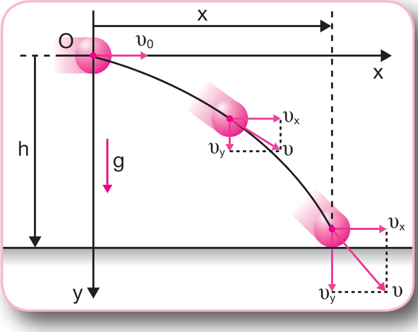
1.2) Να μελετήσετε την οριζόντια βολή ενός σώματος.

Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0\,s$, από σημείο Ο που βρίσκεται σε ύψος h από το έδαφος ένα σώμα βάλλεται με οριζόντια ταχύτητα μέτρου υ_0. Εάν θεωρήσουμε την αντίσταση του αέρα αμελητέα, το σώμα κατά την κίνησή του δέχεται μόνο το βάρος του κατά την κατακόρυφη διεύθυνση. Επομένως, το σώμα πέφτει λόγω του βάρους του, αλλά ταυτόχρονα μετατοπίζεται και οριζόντια λόγω της οριζόντιας ταχύτητας που είχε τη στιγμή της εκκίνησης. Η κίνηση του σώματος λέγεται **οριζόντια βολή**. Επομένως:

Ένα σώμα εκτελεί οριζόντια βολή, όταν η αρχική του ταχύτητα έχει οριζόντια διεύθυνση και ασκείται σ' αυτό μόνο το βάρος του.

Η οριζόντια βολή είναι μία **σύνθετη κίνηση.** Το σώμα στην κατακόρυφη διεύθυνση εκτελεί ελεύθερη πτώση και στην οριζόντια διεύθυνση εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.

Εφαρμόζοντας την αρχή της ανεξαρτησίας των κινήσεων στο σύστημα αξόνων Ox και Oy, όπως φαίνεται στο σχήμα, έχουμε:



• **Άξονας Ox**

Η κίνηση του σώματος περιγράφεται από τις εξισώσεις της ευθύγραμμης ομαλής κίνησης:

$\upsilon_x = \upsilon_0$ (1) και $x = \upsilon_0 t$ (2)

• **Άξονας Oy**

Η κίνηση του σώματος περιγράφεται από τις εξισώσεις της ελεύθερης πτώσης:

$\upsilon_y = gt$ (3) και $y = \frac{1}{2}gt^2$ (4)

Σε κάθε χρονική στιγμή η ταχύτητα του σώματος δίνεται από τη σχέση: $\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_x + \vec{\upsilon}_y$

Ο χρόνος κίνησης του σώματος, δηλαδή το χρονικό διάστημα από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0\,s$ έως τη χρονική στιγμή που το σώμα χτυπά στο έδαφος, υπολογίζεται από τη σχέση (4), αντικαθιστώντας όπου $y = h$:

$$h = \frac{1}{2}gt^2 \quad ή \quad t^2 = \frac{2h}{g} \quad ή \quad t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

Η οριζόντια μετατόπιση του σώματος, όταν φτάνει στο έδαφος, υπολογίζεται από τη σχέση (2), αντικαθιστώντας όπου $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$:

$$x = \upsilon_0\sqrt{\frac{2h}{g}}$$

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

➢ **Εξίσωση της τροχιάς σώματος που εκτελεί οριζόντια βολή**

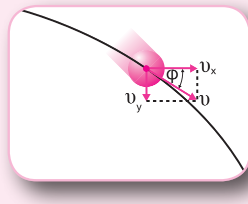
Οι σχέσεις που δίνουν κάθε χρονική στιγμή την κατακόρυφη και την οριζόντια μετατόπιση ενός σώματος που εκτελεί οριζόντια βολή είναι αντίστοιχα: $x = \upsilon_0 t$ (1) και $y = \frac{1}{2}gt^2$ (2)

Από τη σχέση (1), λύνοντας ως προς τον χρόνο, έχουμε: $t = \frac{x}{\upsilon_0}$ (3)

Αντικαθιστώντας στη σχέση (2) τον χρόνο, όπως προκύπτει από τη σχέση (3), έχουμε: $y = \frac{1}{2}g\frac{x^2}{\upsilon_0^2}$

Η τελευταία σχέση συνδέει την κατακόρυφη με την οριζόντια μετατόπιση του σώματος κάθε χρονική στιγμή και ονομάζεται **εξίσωση τροχιάς του σώματος**.

➢ **Εύρεση της ταχύτητας σώματος που εκτελεί οριζόντια βολή**



Σε κάθε χρονική στιγμή η ταχύτητα του σώματος δίνεται από τη σχέση: $\vec{\upsilon}=\vec{\upsilon}_x+\vec{\upsilon}_y$

Εφαρμόζοντας το Πυθαγόρειο Θεώρημα, υπολογίζουμε το μέτρο της ταχύτητας: $\upsilon=\sqrt{\upsilon_x^2+\upsilon_y^2}$

Επειδή κάθε χρονική στιγμή ισχύουν οι σχέσεις $\upsilon_x=\upsilon_0$ και $\upsilon_y=gt$, προκύπτει: $\upsilon=\sqrt{\upsilon_0^2+g^2t^2}$ (4)

✓ Εάν ζητάμε το μέτρο της ταχύτητας που έχει το σώμα όταν φτάνει στο έδαφος, αντικαθιστούμε στη σχέση (4) όπου $t^2=\dfrac{2h}{g}$, όπως προκύπτει από τη σχέση $h=\dfrac{1}{2}gt^2$. Επομένως:

$$\upsilon=\sqrt{\upsilon_0^2+2gh}$$

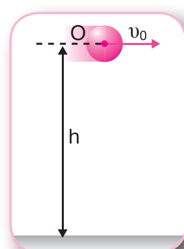
Η γωνία φ που σχηματίζει η ταχύτητα με την οριζόντια διεύθυνση υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\varepsilon\varphi\varphi=\frac{\upsilon_y}{\upsilon_x}=\frac{\upsilon_y}{\upsilon_0}$$

Επειδή το βάρος είναι συντηρητική δύναμη, το μέτρο της ταχύτητας του σώματος μπορεί επίσης να υπολογιστεί από την εφαρμογή της αρχής διατήρησης της μηχανικής ενέργειας μεταξύ της αρχικής και της τελικής θέσης του σώματος:

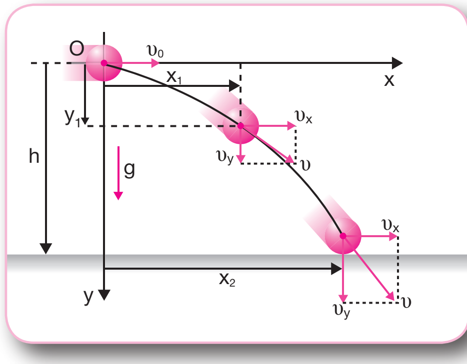
$$E_{\alpha\rho\chi}=E_{\tau\varepsilon\lambda} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2}m\upsilon_0^2+mgh=\frac{1}{2}m\upsilon^2 \quad \text{ή} \quad \upsilon=\sqrt{\upsilon_0^2+2gh}$$

ΒΑΣΙΚΗ ΑΣΚΗΣΗ



1.3) Τη χρονική στιγμή $t_0=0\,s$, από σημείο Ο που βρίσκεται σε ύψος $h=20\,m$ από το έδαφος, βάλλεται οριζόντια μία σφαίρα με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_0=15\,m/s$, όπως φαίνεται στο σχήμα. Να βρείτε:
α) την οριζόντια και την κατακόρυφη μετατόπιση της σφαίρας τη χρονική στιγμή $t_1=1s$,
β) τη χρονική στιγμή t_2 που φτάνει η σφαίρα στο έδαφος,
γ) την οριζόντια μετατόπιση της σφαίρας τη χρονική στιγμή t_2,
δ) το μέτρο της ταχύτητας της σφαίρας, ακριβώς πριν χτυπήσει στο έδαφος.

Λύση



α) Εφαρμόζοντας τις εξισώσεις της οριζόντιας βολής τη χρονική στιγμή $t_1 = 1s$, έχουμε:

$x_1 = \upsilon_0 t_1$ ή $x_1 = 15m$

$y_1 = \frac{1}{2} g t_1^2$ ή $y_1 = 5m$

β) Η χρονική στιγμή t_2 που η σφαίρα φτάνει στο έδαφος υπολογίζεται από τη σχέση:

$h = \frac{1}{2} g t_2^2$ ή $t_2^2 = \frac{2h}{g}$ ή $t_2 = \sqrt{\frac{2h}{g}}$

ή $t_2 = 2s$

γ) Τη χρονική στιγμή t_2 η οριζόντια μετατόπιση της σφαίρας είναι:

$x_2 = \upsilon_0 t_2$ ή $x_2 = 30m$

δ) Σύμφωνα με την αρχή της ανεξαρτησίας των κινήσεων, η ταχύτητα του σώματος κάθε χρονική στιγμή δίνεται από τη σχέση: $\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_x + \vec{\upsilon}_y$

Στον άξονα Ox η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλή, άρα: $\upsilon_x = \upsilon_0 = 15m/s$

Στον άξονα Oy η κίνηση είναι ελεύθερη πτώση, άρα τη χρονική στιγμή t_2 η ταχύτητα του σώματος είναι: $\upsilon_y = g t_2 = 20m/s$

Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος τη χρονική στιγμή t_2 υπολογίζεται από τη σχέση:

$\upsilon = \sqrt{\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2}$ ή $\upsilon = 25m/s$

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΘΕΩΡΙΑΣ

1.4) Πώς υπολογίζουμε την ταχύτητα και τη μετατόπιση ενός σώματος που εκτελεί ταυτόχρονα δύο ή περισσότερες κινήσεις;

1.5) Να γράψετε τις εξισώσεις κίνησης για ένα σώμα που εκτελεί οριζόντια βολή.

1.6) Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0s$, από ύψος h από το έδαφος ένα σώμα βάλλεται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου υ_0. Να βρείτε τη σχέση που δίνει τη χρονική στιγμή που θα φτάσει το σώμα στο έδαφος.

Στις παρακάτω Ερωτήσεις Πολλαπλής Επιλογής, Ερωτήσεις Κατανόησης, Ασκήσεις και Προβλήματα η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα και η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10\,m/s^2$.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΠΟΛΛΑΠΛΗΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ

1.7) Ένα σώμα βάλλεται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου υ_0. Ποια πρόταση είναι σωστή;

α) Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος είναι ανάλογο του τετραγώνου του χρόνου.

β) Σε ίσους χρόνους το σώμα διανύει ίσα διαστήματα.

γ) Το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση στη διεύθυνση της αρχικής ταχύτητας και ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση σε διεύθυνση κάθετη στη διεύθυνση της αρχικής ταχύτητας.

1.8) Ένα σώμα βάλλεται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου υ_0. Ποια πρόταση είναι σωστή;

α) Η επιτάχυνση του σώματος έχει μέτρο $\alpha = \frac{g}{2}$.

β) Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος συνεχώς αυξάνεται.

γ) Η απομάκρυνση του σώματος στη διεύθυνση της αρχικής ταχύτητας είναι ανάλογη του τετραγώνου του χρόνου.

1.9) Ένα σώμα βάλλεται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου υ_0. Ο χρόνος που απαιτείται, ώστε το σώμα να μετατοπιστεί κατακόρυφα από την αρχική του θέση κατά h, δίνεται από τη σχέση:

α) $t = \frac{h}{\upsilon_0}$ β) $t = \sqrt{\frac{h}{2g}}$ γ) $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$

1.10) Ένα σώμα βάλλεται οριζόντια με αρχική ταχύτητα μέτρου υ_0. Η οριζόντια συνιστώσα υ_x της ταχύτητας του σώματος είναι:

α) ανάλογη του χρόνου.

β) αντιστρόφως ανάλογη του χρόνου.

γ) σταθερή.

1.11) Ένα σώμα βάλλεται οριζόντια με αρχική ταχύτητα μέτρου υ_0. Η κατακόρυφη συνιστώσα υ_y της ταχύτητας του σώματος είναι:

α) ανάλογη του χρόνου.

β) σταθερή.

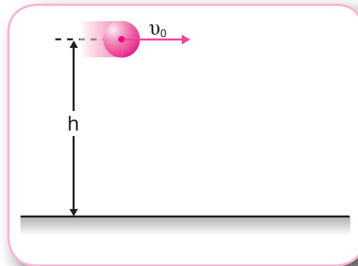
γ) ανάλογη του τετραγώνου του χρόνου.

1.12) Ένα σώμα βάλλεται οριζόντια με αρχική ταχύτητα μέτρου υ_0 από σημείο που βρίσκεται σε ύψος h από το έδαφος, όπως φαίνεται στο σχήμα. Σε όλη τη διάρκεια της κίνησης του σώματος, μέχρι να χτυπήσει στο έδαφος, ισχύει η αρχή της διατήρησης της:

α) μηχανικής ενέργειας.

β) κινητικής ενέργειας.

γ) δυναμικής ενέργειας.



1.13) Ένα σώμα βάλλεται οριζόντια με αρχική ταχύτητα μέτρου υ_0 από σημείο που βρίσκεται σε ύψος h από το έδαφος. Η εξίσωση της τροχιάς του σώματος είναι:

α) $y = \frac{1}{2} g \frac{x^2}{\upsilon_0}$ β) $y = \frac{1}{2} g^2 \frac{x^2}{\upsilon_0^2}$ γ) $y = \frac{1}{2} g \frac{x^2}{\upsilon_0^2}$

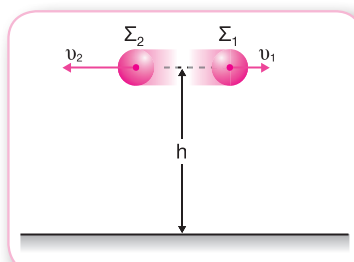
ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ

1.14) Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, δύο σώματα, Σ_1 και Σ_2, βάλλονται οριζόντια από το ίδιο ύψος h από το έδαφος με ταχύτητες με μέτρα $\upsilon_1 = \upsilon_0$ και $\upsilon_2 = 3\upsilon_0$ αντίστοιχα. Οι χρονικές στιγμές t_1 και t_2, κατά τις οποίες φτάνουν στο έδαφος τα σώματα Σ_1 και Σ_2 αντίστοιχα, συνδέονται με τη σχέση:

α) $t_1 = t_2$ β) $t_1 = 3t_2$ γ) $t_2 = 3t_1$

1.15) Δύο σώματα, Σ_1 και Σ_2, βάλλονται οριζόντια από το ίδιο ύψος h από το έδαφος με ταχύτητες με μέτρα $\upsilon_1 = \upsilon_0$ και $\upsilon_2 = 2\upsilon_0$ αντίστοιχα, όπως φαίνεται στο σχήμα. Τα μέτρα των μετατοπίσεων x_1 και x_2 των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 αντίστοιχα, όταν φτάνουν στο έδαφος, συνδέονται με τη σχέση:

α) $x_1 = x_2$ β) $x_1 = 2x_2$ γ) $x_2 = 2x_1$



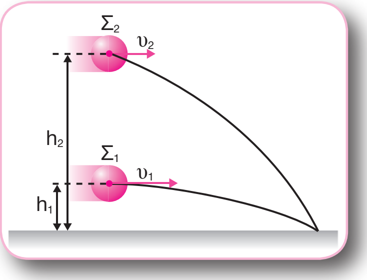
1.16) Μία μπάλα βάλλεται οριζόντια από ύψος h από το έδαφος με ταχύτητα μέτρου υ_0. Όταν η ταχύτητα της μπάλας έχει μέτρο $\upsilon = \upsilon_0\sqrt{2}$, η γωνία φ που σχηματίζει η διεύθυνση της ταχύτητας με την οριζόντια διεύθυνση είναι:

α) $\varphi = \frac{\pi}{6}\,rad$ β) $\varphi = \frac{\pi}{3}\,rad$ γ) $\varphi = \frac{\pi}{4}\,rad$

1.17) Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0\,s$, βλήμα βάλλεται οριζόντια από ύψος h από το έδαφος με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_0 = 10\,m/s$. Τη χρονική στιγμή $t_1 = \sqrt{3}\,s$ η ταχύτητα του βλήματος έχει μέτρο:

α) $\upsilon_1 = 10\sqrt{3}\,m/s$ β) $\upsilon_1 = 20\,m/s$ γ) $\upsilon_1 = 20\sqrt{3}\,m/s$

1.18) Δύο σώματα, Σ_1 και Σ_2, που αρχικά βρίσκονται στην ίδια κατακόρυφη, βάλλονται οριζόντια από ύψη h_1 και $h_2 = 4h_1$ από το έδαφος με ταχύτητες με μέτρα υ_1 και υ_2 αντίστοιχα, όπως φαίνεται στο σχήμα. Εάν τα σώματα χτυπούν στο έδαφος στην ίδια θέση, τα μέτρα των ταχυτήτων τους συνδέονται με τη σχέση:



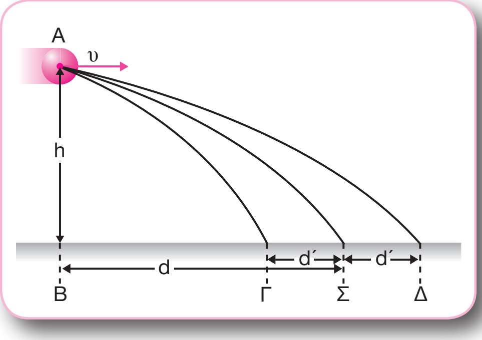
α) $\upsilon_1 = 2\upsilon_2$
β) $\upsilon_1 = 4\upsilon_2$
γ) $\upsilon_1 = \upsilon_2$

1.19) Ένας κυνηγός σκοπεύει οριζόντια ένα πουλί. Τη στιγμή που πυροβολεί ο κυνηγός, το πουλί αρχίζει να πέφτει ελεύθερα. Ποια πρόταση είναι σωστή;
α) Η σφαίρα θα περάσει πάνω από το πουλί.
β) Η σφαίρα θα περάσει κάτω από το πουλί.
γ) Η σφαίρα θα πετύχει το πουλί, αρκεί να μη χτυπήσει νωρίτερα στο έδαφος.

1.20) Ένα σώμα βάλλεται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου υ_0. Τα μέτρα των ταχυτήτων του σώματος στους άξονες x και y συνδέονται με τη σχέση $\upsilon_y = 2\upsilon_x$ τη χρονική στιγμή:

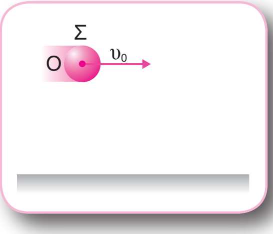
α) $t = \dfrac{\upsilon_0}{g}$ β) $t = \dfrac{2\upsilon_0}{g}$ γ) $t = \dfrac{\upsilon_0}{2g}$

1.21) Από ένα σημείο Α που απέχει από οριζόντιο έδαφος απόσταση h εκτοξεύουμε οριζόντια βλήμα με σκοπό να πετύχουμε το σημείο Σ στο έδαφος που βρίσκεται σε απόσταση d από το σημείο Β, όπως φαίνεται στο σχήμα. Όταν το μέτρο της ταχύτητας με την οποία εκτοξεύεται το βλήμα είναι υ_1, το βλήμα πέφτει σε σημείο Γ που απέχει απόσταση d′ από το σημείο Σ και βρίσκεται αριστερά από αυτό. Όταν το μέτρο της ταχύτητας με την οποία εκτοξεύεται το βλήμα είναι υ_2, το βλήμα πέφτει σε σημείο Δ που απέχει απόσταση d′ από το σημείο Σ και βρίσκεται δεξιά από αυτό. Όταν το μέτρο της ταχύτητας με την οποία εκτοξεύεται το βλήμα είναι υ_3, το βλήμα πέφτει στο σημείο Σ. Ποια σχέση είναι σωστή;



α) $\upsilon_3 = \upsilon_1 + \upsilon_2$ β) $\upsilon_3 = \dfrac{\upsilon_1 + \upsilon_2}{2}$ γ) $\upsilon_3 = \dfrac{\upsilon_1 - \upsilon_2}{2}$

1.22) Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0\,s$, από το σημείο Ο εκτοξεύουμε οριζόντια ένα σώμα Σ με ταχύτητα μέτρου υ_0, όπως φαίνεται στο σχήμα. Η απόσταση του σώματος κάθε χρονική στιγμή από το σημείο Ο υπολογίζεται από τη σχέση:



α) $d = t\sqrt{\upsilon_0^2 + \frac{1}{4}g^2t^2}$

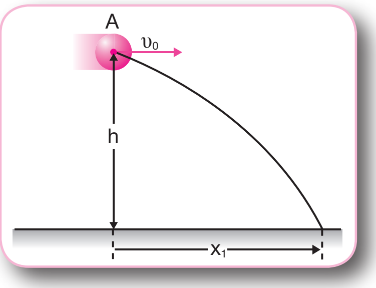
β) $d = t\sqrt{\upsilon_0^2 + g^2t^2}$

γ) $d = \frac{t}{4}\sqrt{4\upsilon_0^2 + g^2t^2}$

1.23) Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0\,s$, ένα σώμα βάλλεται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου υ_0. Τη χρονική στιγμή t, η κατακόρυφη μετατόπιση y και η οριζόντια μετατόπιση x του σώματος συνδέονται με τη σχέση $y = 4x$. Την ίδια χρονική στιγμή το μέτρο της ταχύτητας υ_y του σώματος στον άξονα y δίνεται από τη σχέση:

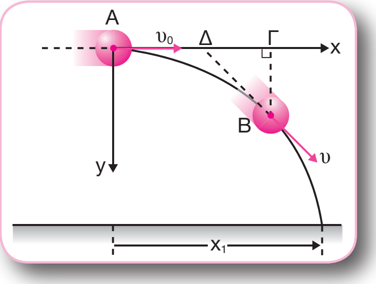
α) $\upsilon_y = 4\upsilon_0$ β) $\upsilon_y = 2\upsilon_0$ γ) $\upsilon_y = 8\upsilon_0$

1.24) Όταν ένα σώμα εκτοξεύεται οριζόντια με αρχική ταχύτητα μέτρου υ_0 από σημείο που απέχει από το έδαφος απόσταση h, η οριζόντια μετατόπισή του, όταν φτάνει στο έδαφος, είναι x_1, όπως φαίνεται στο σχήμα. Όταν διπλασιάζεται το μέτρο της αρχικής ταχύτητας υ_0 και αυξάνεται κατά 50% η απόσταση h, η οριζόντια μετατόπισή του, όταν φτάνει στο έδαφος, είναι x_2. Ποια σχέση είναι σωστή;



α) $x_1 = \frac{\sqrt{6}}{4}x_2$ β) $x_1 = \frac{\sqrt{6}}{3}x_2$ γ) $x_1 = \frac{\sqrt{6}}{6}x_2$

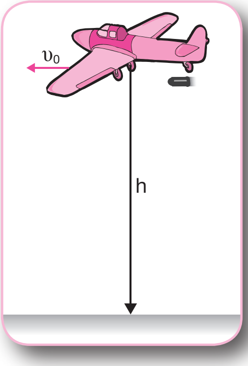
1.25) Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0\,s$, από σημείο Α βάλλεται οριζόντια σώμα με αρχική ταχύτητα μέτρου υ_0. Τη χρονική στιγμή t, το σώμα βρίσκεται στη θέση Β και η προέκταση του διανύσματος της ταχύτητάς του τέμνει τον άξονα x στο σημείο Δ, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το σημείο Γ είναι το σημείο τομής του άξονα x και της κατακόρυφης που διέρχεται από το σημείο Β. Ποια σχέση είναι σωστή;



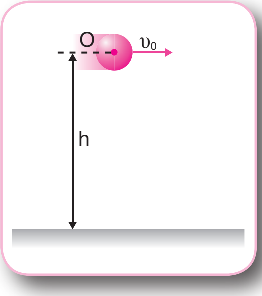
α) $A\Delta = \Delta\Gamma$ β) $A\Delta = 2\Delta\Gamma$ γ) $A\Delta = 1{,}5\Delta\Gamma$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

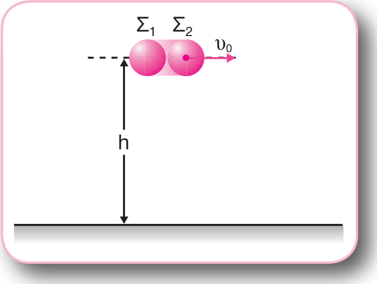
1.26) Από αεροπλάνο, που κινείται οριζόντια σε ύψος $h = 1.280\,m$ με σταθερή ταχύτητα μέτρου $\upsilon_0 = 120\,m/s$, αφήνεται μία βόμβα.
α) Να γράψετε τις εξισώσεις της ταχύτητας και της μετατόπισης της βόμβας σε συνάρτηση με τον χρόνο.
β) Να υπολογίσετε τον χρόνο πτώσης της βόμβας στο έδαφος.
γ) Να υπολογίσετε τη θέση που θα χτυπήσει η βόμβα στο έδαφος και τη θέση του αεροπλάνου την ίδια χρονική στιγμή.
δ) Να βρείτε το μέτρο της ταχύτητας της βόμβας τη χρονική στιγμή που φτάνει στο έδαφος.



1.27) Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0\,s$, από ένα σημείο Ο που βρίσκεται σε ύψος $h = 3{,}2\,m$, βάλλεται οριζόντια σώμα με ταχύτητα μέτρου υ_0, όπως φαίνεται στο σχήμα. Η οριζόντια μετατόπιση του σώματος, όταν φτάνει στο έδαφος, είναι $x = 4{,}8\,m$. Να βρείτε:
α) τον χρόνο πτώσης του σώματος στο έδαφος,
β) το μέτρο της ταχύτητας υ_0,
γ) την οριζόντια και την κατακόρυφη μετατόπιση του σώματος τη χρονική στιγμή $t_1 = 0{,}4\,s$,
δ) το μέτρο της ταχύτητας του σώματος, ακριβώς πριν χτυπήσει στο έδαφος.



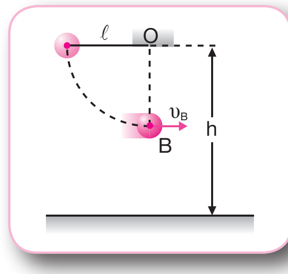
1.28) Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0\,s$, από τη στέγη ενός ψηλού κτιρίου ύψους $h = 51{,}2\,m$ αφήνουμε σώμα Σ_1 και ταυτόχρονα από το ίδιο σημείο βάλλουμε οριζόντια δεύτερο σώμα Σ_2 με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_0 = 24\,m/s$, όπως φαίνεται στο σχήμα. Να βρείτε:
α) τον χρόνο πτώσης για κάθε σώμα,
β) το μέτρο της ταχύτητας κάθε σώματος, ακριβώς πριν χτυπήσει στο έδαφος,
γ) την απόσταση d μεταξύ των σημείων που θα χτυπήσουν τα σώματα στο έδαφος.



1.29) Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0\,s$, από ένα σημείο Ο που βρίσκεται σε ύψος h από το έδαφος βάλλεται οριζόντια σώμα με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_0 = 30\,m/s$. Το σώμα φτάνει στο έδαφος τη χρονική στιγμή $t_1 = 4\,s$. Να βρείτε:
α) το ύψος h,
β) τη σχέση που συνδέει την κατακόρυφη με την οριζόντια μετατόπιση του σώματος,
γ) το μέτρο της ταχύτητας του σώματος, ακριβώς πριν χτυπήσει στο έδαφος.

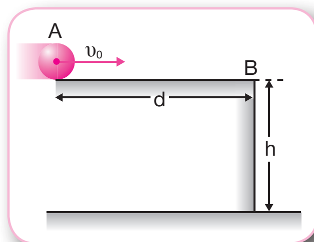
ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1.30) Ένα σώμα είναι δεμένο στο ελεύθερο άκρο αβαρούς και μη εκτατού νήματος μήκους $\ell = 0{,}8\text{m}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε σταθερό σημείο Ο που απέχει από το έδαφος απόσταση $h = 1{,}6\text{m}$. Εκτρέπουμε το νήμα, ώστε το σώμα να βρεθεί σε οριζόντια θέση, και το αφήνουμε ελεύθερο να κινηθεί, όπως φαίνεται στο σχήμα. Όταν το σώμα φτάνει στην κατακόρυφη θέση Β, το νήμα κόβεται. Να υπολογίσετε:



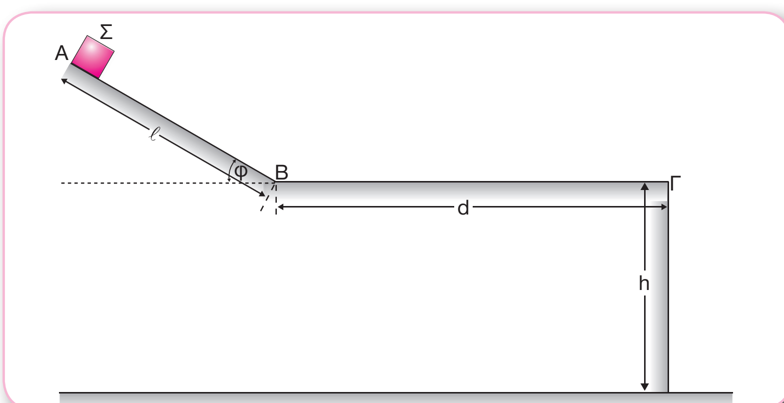
α) το μέτρο της ταχύτητας του σώματος, όταν αυτό διέρχεται από την κατώτερη θέση Β,
β) τον χρόνο κίνησης του σώματος από τη θέση Β, μέχρι να φτάσει στο έδαφος,
γ) το μέτρο της ταχύτητας του σώματος, όταν αυτό φτάνει στο έδαφος.

1.31) Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0\text{s}$, ένα σώμα Σ που βρίσκεται στο σημείο Α αρχίζει να κινείται με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_0 = 10\text{m/s}$ επάνω σε οριζόντιο επίπεδο ΑΒ μήκους $d = 9\text{m}$ που βρίσκεται σε ύψος $h = 4\text{m}$ από το έδαφος, όπως φαίνεται στο σχήμα. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και οριζοντίου επιπέδου είναι $\mu = 0{,}2$. Να υπολογίσετε:



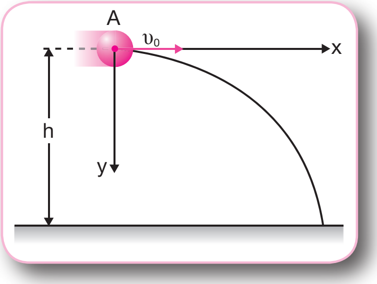
α) το μέτρο υ_B της ταχύτητας του σώματος στο σημείο Β,
β) τη χρονική στιγμή κατά την οποία η ταχύτητα του σώματος έχει μέτρο $\upsilon = \upsilon_B\sqrt{2}$ και την απόσταση d του σώματος από το έδαφος την ίδια χρονική στιγμή,
γ) το μέτρο της ταχύτητας του σώματος, ακριβώς πριν φτάσει στο έδαφος.

1.32) Από την κορυφή Α ενός λείου κεκλιμένου επιπέδου, μήκους $\ell = 3{,}6\text{m}$ και γωνίας κλίσης $\varphi = 30^\circ$, αφήνουμε ελεύθερο να κινηθεί ένα σώμα. Όταν το σώμα φτάνει στη βάση Β του κεκλιμένου επιπέδου, συνεχίζει να κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο ΒΓ που έχει μήκος $d = 6\text{m}$ και βρίσκεται σε ύψος $h = 3{,}2\text{m}$ από το έδαφος, όπως φαίνεται στο σχήμα. Να υπολογίσετε:

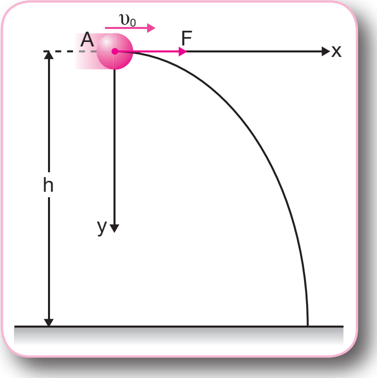


α) το μέτρο της ταχύτητας του σώματος με την οποία φτάνει στη βάση Β του κεκλιμένου επιπέδου,
β) τον χρόνο κίνησης του σώματος στο οριζόντιο επίπεδο,
γ) την οριζόντια μετατόπιση του σώματος, όταν φτάνει στο έδαφος,
δ) το μέτρο της ταχύτητας του σώματος με την οποία φτάνει στο έδαφος.

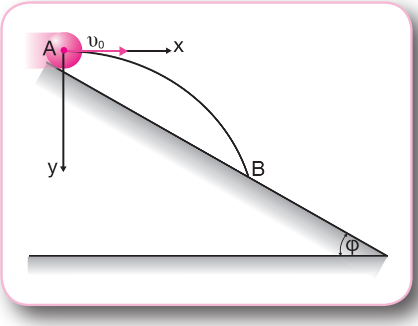
1.33) Από ένα σημείο Α που απέχει από το έδαφος απόσταση $h = 125m$ εκτοξεύουμε οριζόντια σώμα με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_0 = 10m/s$, όπως φαίνεται στο σχήμα. Να υπολογίσετε:
α) τον χρόνο κίνησης του σώματος,
β) την υψομετρική μετατόπιση του σώματος στη διάρκεια του δεύτερου δευτερολέπτου της κίνησής του,
γ) το μέτρο της ταχύτητας του σώματος, όταν απέχει από το έδαφος απόσταση $h' = 45m$.



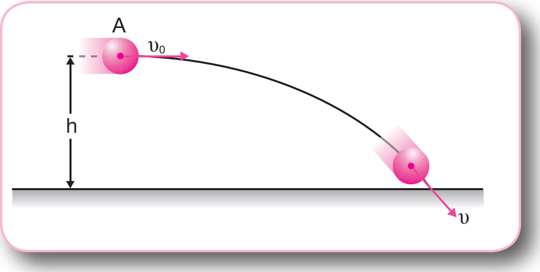
1.34) Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0s$, από ένα σημείο Α που απέχει από το έδαφος απόσταση $h = 80m$ εκτοξεύουμε οριζόντια σώμα μάζας $m = 2kg$ με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_0 = 20m/s$ και ταυτόχρονα του ασκούμε σταθερή οριζόντια δύναμη ίδιας κατεύθυνσης με την ταχύτητα υ_0 και μέτρου $F = 20N$, όπως φαίνεται στο σχήμα. Να υπολογίσετε:
α) την επιτάχυνση του σώματος στον άξονα x,
β) την ταχύτητα του σώματος τη χρονική στιγμή $t_2 = 2s$,
γ) τον χρόνο κίνησης του σώματος, μέχρι να φτάσει στο έδαφος,
δ) την οριζόντια μετατόπιση του σώματος, όταν φτάνει στο έδαφος.



1.35) Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0s$, από την κορυφή Α ενός κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης $\varphi = 30^\circ$ βάλλουμε οριζόντια σώμα με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_0 = 5m/s$. Το σώμα χτυπά σε ένα σημείο Β του κεκλιμένου επιπέδου, όπως φαίνεται στο σχήμα. Να υπολογίσετε:
α) τη χρονική στιγμή που το σώμα χτυπά στο σημείο Β,
β) την απόσταση ΑΒ.

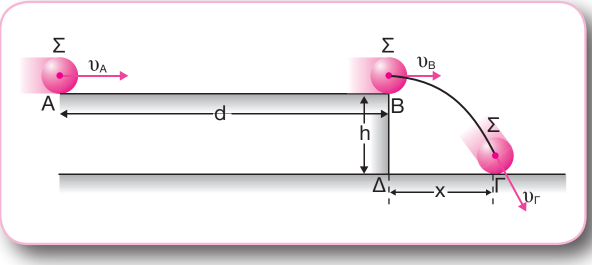


1.36) Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0\,s$, από ένα σημείο Α που απέχει από το έδαφος απόσταση h εκτοξεύουμε οριζόντια σώμα μάζας $m = 1\,kg$ με αρχική ταχύτητα μέτρου υ_0, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το σώμα φτάνει στο έδαφος τη χρονική στιγμή $t = 2\,s$. Η οριζόντια μετατόπιση του σώματος, όταν φτάνει στο έδαφος, είναι τετραπλάσια από την απόσταση h. Να υπολογίσετε:



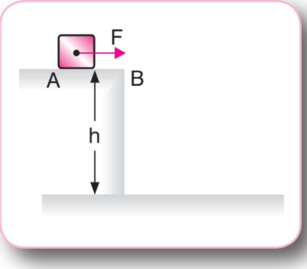
α) την απόσταση h,
β) την αρχική ταχύτητα υ_0 του σώματος,
γ) τις μεταβολές της κινητικής και της δυναμικής ενέργειας του σώματος μεταξύ της αρχικής του θέσης Α και του σημείου ακριβώς πριν χτυπήσει στο έδαφος.

1.37) Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0\,s$, ένα σώμα Σ που βρίσκεται στο σημείο Α μη λείου οριζόντιου επιπέδου ΑΒ μήκους $d = 5\,m$ αρχίζει να κινείται με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_A = 6\,m/s$. Το επίπεδο ΑΒ βρίσκεται σε ύψος $h = 0{,}8\,m$ από το έδαφος, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το σώμα εγκαταλείπει το οριζόντιο επίπεδο και χτυπά στο έδαφος στο σημείο Γ, που απέχει από το σημείο Δ απόσταση $x = 1{,}6\,m$. Να υπολογίσετε:



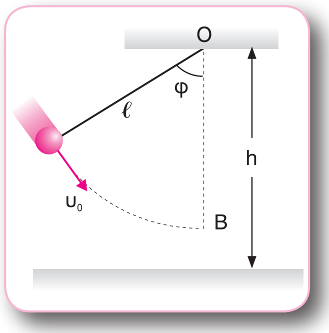
α) το μέτρο υ_B της ταχύτητας του σώματος στο σημείο Β,
β) το μέτρο υ_Γ της ταχύτητας του σώματος στο σημείο Γ,
γ) τον συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ του σώματος και του οριζοντίου επιπέδου ΑΒ.

1.38) Ένα σώμα μάζας $m = 20\,kg$ είναι ακίνητο στο σημείο Α ενός λείου οριζόντιου επιπέδου που έχει μήκος $(AB) = 8\,m$ και βρίσκεται σε ύψος $h = 20\,m$ από το έδαφος, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το σώμα δέχεται δύναμη F, η αλγεβρική τιμή της οποίας μεταβάλλεται σε συνάρτηση με τη μετατόπιση x του σώματος σύμφωνα με τη σχέση $F = 100 - 20x$ (SI), και τη χρονική στιγμή $t_0 = 0\,s$ το σώμα εγκαταλείπει το οριζόντιο επίπεδο. Όταν η δύναμη F μηδενίζεται, καταργείται. Να υπολογίσετε:



α) την ταχύτητα του σώματος τη στιγμή που καταργείται η δύναμη F,
β) τη χρονική στιγμή κατά την οποία το σώμα φτάνει στο έδαφος,
γ) τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος από τη στιγμή που εγκαταλείπει το οριζόντιο επίπεδο μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1 = 1\,s$,
δ) το μέτρο της ταχύτητας του σώματος ακριβώς πριν χτυπήσει στο έδαφος.

1.39) Ένα σώμα είναι δεμένο στο ελεύθερο άκρο αβαρούς και μη εκτατού νήματος μήκους $\ell = 1{,}6\,m$, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε σταθερό σημείο Ο που απέχει από το έδαφος απόσταση h. Εκτρέπουμε το νήμα ώστε να σχηματίζει γωνία φ με την κατακόρυφη και προσδίδουμε στο σώμα ταχύτητα μέτρου $\upsilon_0 = 2\sqrt{5}\,m/s$. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0\,s$ το σώμα φτάνει στην κατακόρυφη θέση Β με ταχύτητα μέτρου $\upsilon = 6\,m/s$ και ταυτόχρονα κόβεται το νήμα. Να υπολογίσετε:

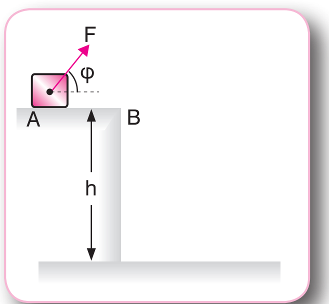


α) τη γωνία φ,

β) την απόσταση h, γνωρίζοντας ότι το μέτρο της ταχύτητας του σώματος ακριβώς πριν χτυπήσει στο έδαφος είναι $\upsilon' = 8\,m/s$,

γ) τη γωνία που σχηματίζει η ταχύτητα του σώματος με την οριζόντια διεύθυνση τη χρονική στιγμή $t_1 = 0{,}2\sqrt{3}\,s$.

1.40) Ένα σώμα μάζας $m = 40\,kg$ είναι ακίνητο στο σημείο Α ενός λείου οριζόντιου επιπέδου που έχει μήκος $(AB) = 10\,m$ και βρίσκεται σε ύψος $h = 45\,m$ από το έδαφος, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το σώμα δέχεται δύναμη μέτρου $F = 200\sqrt{2}\,N$ που σχηματίζει γωνία $\varphi = 45^\circ$ με την οριζόντια διεύθυνση. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0\,s$ το σώμα εγκαταλείπει το οριζόντιο επίπεδο και ταυτόχρονα καταργείται η δύναμη F. Τη χρονική στιγμή t_1 το σώμα έρχεται σε επαφή με το έδαφος. Να υπολογίσετε:

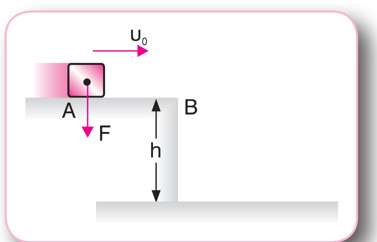


α) την επιτάχυνση του σώματος κατά την κίνησή του στο οριζόντιο επίπεδο,

β) το μέτρο της ταχύτητας του σώματος, όταν αυτό εγκαταλείπει το οριζόντιο επίπεδο,

γ) την απόσταση του σώματος από το σημείο Β τη χρονική στιγμή $t_1' = \dfrac{2t_1}{3}$.

1.41) Ένα σώμα μάζας $m = 2\,kg$ είναι ακίνητο στο σημείο Α ενός οριζόντιου επιπέδου που έχει μήκος $(AB) = 11{,}5\,m$ και βρίσκεται σε ύψος $h = 10\,m$ από το έδαφος. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0\,s$ το σώμα δέχεται κατακόρυφη δύναμη F με φορά προς τα κάτω και αλγεβρική τιμή που μεταβάλλεται σε συνάρτηση με τη μετατόπιση x του σώματος σύμφωνα με τη σχέση $F = 80 - 10x$ (SI). Ταυτόχρονα προσδίδουμε στο σώμα οριζόντια ταχύτητα μέτρου $\upsilon_0 = 16\,m/s$, όπως φαίνεται στο σχήμα. Όταν η δύναμη F μηδενίζεται, καταργείται. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σώματος και οριζόντιου επιπέδου είναι $\mu = 0{,}4$. Να υπολογίσετε:

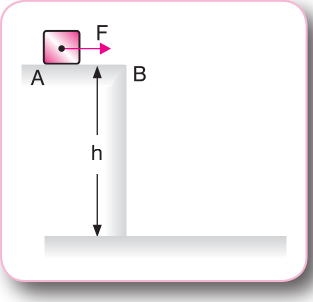


α) την ταχύτητα του σώματος στο σημείο Γ που καταργείται η δύναμη F,

β) την ταχύτητα του σώματος τη στιγμή που εγκαταλείπει το οριζόντιο επίπεδο,

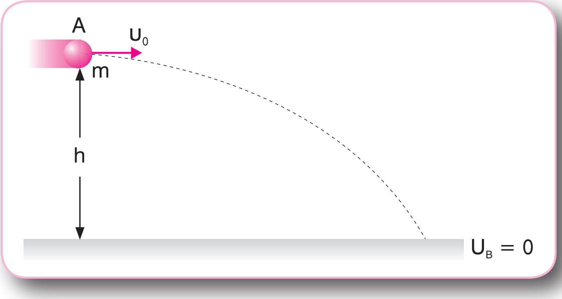
γ) την οριζόντια μετατόπιση του σώματος στον αέρα τη χρονική στιγμή t_1 κατά την οποία η ταχύτητα σχηματίζει γωνία $\varphi = 60^\circ$ με την οριζόντια διεύθυνση,
δ) την απόσταση του σώματος από το έδαφος τη χρονική στιγμή t_1.

1.42) Ένα σώμα μάζας $m = 2\text{kg}$ είναι ακίνητο στο σημείο Α ενός λείου οριζόντιου επιπέδου που έχει μήκος $(AB) = 5\text{m}$ και βρίσκεται σε ύψος $h = 45\text{m}$ από το έδαφος. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0\text{s}$ το σώμα δέχεται σταθερή οριζόντια δύναμη $F = 20\text{N}$, όπως φαίνεται στο σχήμα. Να υπολογίσετε:



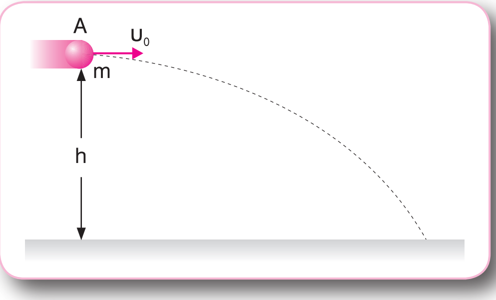
α) την επιτάχυνση του σώματος κατά την κίνησή του στο οριζόντιο επίπεδο,
β) το μέτρο της ταχύτητας του σώματος στο σημείο Β,
γ) το μέτρο της ταχύτητας του σώματος τη χρονική στιγμή $t_2 = 2\text{s}$,
δ) την οριζόντια μετατόπιση του σώματος τη χρονική στιγμή t_3 κατά την οποία φτάνει στο έδαφος.

1.43) Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0\text{s}$ ένα σώμα μάζας $m = 2\text{kg}$ εκτοξεύεται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου υ_0 από ένα σημείο Α που βρίσκεται σε ύψος h από το έδαφος, όπως φαίνεται στο σχήμα. Στο τελευταίο δευτερόλεπτο της κίνησής του στον αέρα μέχρι να χτυπήσει στο έδαφος το σώμα μετατοπίζεται κατά $\Delta y = 35\text{m}$ κατακόρυφα και κατά $\Delta x = 20\text{m}$ οριζόντια. Να υπολογίσετε:



α) τη χρονική στιγμή που το σώμα φτάνει στο έδαφος και την αρχική του ταχύτητα υ_0,
β) το ύψος h,
γ) την απόσταση μεταξύ των σημείων Β και Γ από τα οποία διέρχεται το σώμα τις χρονικές στιγμές $t_1 = 1\text{s}$ και $t_2 = 2\text{s}$ αντίστοιχα,
δ) την απόσταση του σώματος από το έδαφος τη χρονική στιγμή κατά την οποία η κινητική K και η δυναμική του ενέργεια U συνδέονται με τη σχέση $U = 3K$.

1.44) Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0s$ ένα σώμα μάζας $m = 4kg$ εκτοξεύεται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου υ_0 από ένα σημείο Α που βρίσκεται σε μεγάλο ύψος h από το έδαφος, όπως φαίνεται στο σχήμα. Τη χρονική στιγμή $t_1 = \sqrt{15}\,s$ η ταχύτητα του σώματος έχει τετραπλάσιο μέτρο από την αρχική του ταχύτητα υ_0. Να υπολογίσετε:



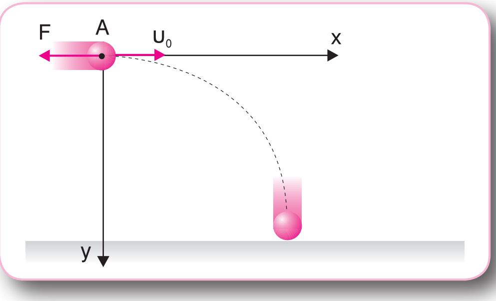
α) την αρχική ταχύτητα υ_0 του σώματος,

β) τη μεταβολή της δυναμικής ενέργειας του σώματος στη διάρκεια του τρίτου δευτερόλεπτου της κίνησής του,

γ) τη χρονική στιγμή t_2 κατά την οποία η οριζόντια μετατόπιση είναι διπλάσια από την κατακόρυφη μετατόπιση του σώματος,

δ) τη χρονική στιγμή t_3 μέχρι την οποία το έργο του βάρους του σώματος από τη χρονική στιγμή t_0 είναι $W_B = 800\,J$.

1.45) Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0s$ ένα σώμα μάζας $m = 1kg$ εκτοξεύεται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_0 = 20\,m/s$ από ένα σημείο Α που βρίσκεται σε ύψος h από το έδαφος, όπως φαίνεται στο σχήμα, και ταυτόχρονα δέχεται σταθερή δύναμη μέτρου $F = 5N$ που έχει κατεύθυνση αντίθετη από την κατεύθυνση της ταχύτητας υ_0. Η ταχύτητα του σώματος, ακριβώς πριν αυτό χτυπήσει στο έδαφος, έχει κατακόρυφη διεύθυνση. Να υπολογίσετε:



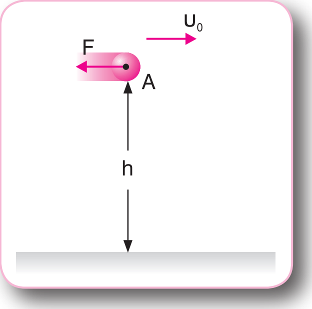
α) τη χρονική στιγμή t_1 κατά την οποία το σώμα φτάνει στο έδαφος,

β) το ύψος h,

γ) την οριζόντια μετατόπιση του σώματος, όταν φτάνει στο έδαφος,

δ) το έργο της δύναμης F από τη χρονική στιγμή t_0 μέχρι τη χρονική στιγμή t_1.

1.46) Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0s$ ένα σώμα μάζας $m = 4kg$ εκτοξεύεται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_0 = 10\,m/s$ από ένα σημείο Α που βρίσκεται σε ύψος $h = 180\,m$ από το έδαφος, όπως φαίνεται στο σχήμα, και ταυτόχρονα δέχεται σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου $F = 20N$ με κατεύθυνση αντίθετη από αυτή της αρχικής ταχύτητας. Να υπολογίσετε:



α) την ταχύτητα του σώματος στον άξονα $y'y$ τη χρονική στιγμή t_1 που μηδενίζεται η ταχύτητα του σώματος στον άξονα $x'x$,

β) την κατακόρυφη μετατόπιση του σώματος τη χρονική στιγμή t_2 που η ταχύτητά του στον άξονα $x'x$ είναι $\upsilon_x = -\upsilon_0$,
γ) τη χρονική στιγμή t_3 κατά την οποία το σώμα έρχεται σε επαφή με το έδαφος και το μέτρο της ταχύτητάς του ακριβώς πριν χτυπήσει στο έδαφος,
δ) το έργο της δύναμης F από τη χρονική στιγμή t_0 μέχρι τη χρονική στιγμή t_3.
Δίνεται: $g = 10 m / s^2$